

硬熱ループImproved Ladder Dyson-Schwinger方程式 に基づく強結合熱QEDの相構造の研究 —Ward の恒等式と無矛盾な解—

Analysis of the
Phase Structure of Strong Coupling Thermal QED based on the
Hard Thermal Loop Improved Ladder Dyson-Schwinger Equation
— A Solution Consistent with the Ward Identity —

中川 寿夫*

Hisao Nakkagawa

概要

本研究の主たる目的は、強結合熱QEDにおける電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R に関する硬熱ループ再加算improved ladder近似DS方程式の解を、少なくともWard恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない分析処方を通じて求めてその解の性質を分析し、ゼロ温度強結合QEDにおけるLandau gaugeでの分析と同じレベルの分析を実行することにある。この条件を満足しうる分析の処方として、まず、電子波導関数繰り込み定数 $A(P)$ に関し $A(P)=1$ を満足する（あるいは、 $A(P)=1$ とconsistentな）解を求めることにし、得られた解の性質を詳しく分析する。

分析に用いたゲージは、ゲージパラメータ ξ として運動量依存性を有するnon-linear covariant gaugeの範囲内のもので、複素数の範囲まで許容することにした。

その結果、電子波導関数繰り込み定数 $A(P)$ に関し、 $A(P) = 1$ を満足するという意味でWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ との矛盾が明白とはならない解を決定し、その解の性質を詳しく分析することができた。ゲージ不変性と無矛盾な解の示す結果は、フェルミオン（電子）質量の自発的生成のメカニズム（相転移の次数）は2次相転移であることであり、それに応じて、臨界温度 T_c や臨界結合定数 α_c および臨界指数の値等について詳細に決定することができた。

(α, T) -面内での相境界(phase boundary)曲線は、Landau gaugeで決定されたものに比べるとsymmetry broken phaseの領域が低温強結合定数の側へと縮小しており、温度揺らぎの効果のサイズは、当初のLandau gaugeの下での分析で予想したものよりは小さいことが確認できた。

1. 序とまとめ

ゲージ場理論の相構造は、環境の温度や粒子数密度とともに複雑かつ豊富な様相を有することが、理論的な解析を通じて明らかになりつつあり、実験的な検証が待たれる状況にある。しかし現在までのところ、理論的な解析は、摂動計算に依拠した分析か、あるいは格子QCD理論（格子化されたQCD有効理論を含む）に基づく計算機シミュレーションによる分析によるものが殆どであって、これらの処方に基づく分析のみでは相転移機構の詳細を理論的につきとめることがなかなかできないという問題がある。

こうした状況の中で、我々はDyson-Schwinger (DS) 方程式による分析に注目した。DS方程式は、場の理論の範囲で厳密に導出され、かつ非摂動的な結論を得る為の基礎方程式であり、加えて、その積分核に対する近似は解析的処方に基ついて逐次的に改善可能である。特に後者の理由により、各種の相転移機構を支配する相互作用を個別に特定しつつ理解することが期待できることが、我々がDS方程式に基づく分析を採用した大きな理由である。

しかし、具体的にDS方程式を解くことに取りかかった瞬間に大きな問題に直面することになる。我々はまず、強結合熱QEDのカイラル相転移現象を調べるためにフェルミオン（以下、電子）質量の自発的生成について分析することにし、そのために、電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対するDS方程式を書き下してその解の性質を解析することにした。このDS方程式はしかし電子の自己エネルギー関数、ゲージボゾン（以下、光子）の真空偏極関数、および、頂点関数という三種の未知関数に関する積分方程式の構造をもち、容易に分析の対象と成り得るものではない。

そこでまず、明確な物理的背景を有する近似を導入する：光子の真空偏極関数（又は、光子の伝播関数）に関しては、完全な関数の変わりに、支配的な熱的揺らぎの効果を正しく評価した、硬熱ループ再加算（予加算=resummed）型関数を用いることにする。

問題は頂点関数の取扱いである。選択肢としては2つある：①頂点関数に対しても、完全な関数の変わりに、支配的な熱的揺らぎの効果を正しく評価した、硬熱ループ再加算型関数を用いる、②頂点関数としては、tree (=point) 近似のものを採用する。選択肢①の方が、硬熱ループ近似DS方程式の下での分析という観点からは当然ながら望ましいともいえるが、難点が2つある。まず第1に、解析すべきDS方程式の構造が複雑になり過ぎて、解の性質が見極めにくいこと（少なくとも最初の時点では）。更に第2に、グラフのdouble counting問題の回避方法が不明確であること。これらの（特に第2のdouble counting）問題に対する明確な処理方法を確認するまでの第1ステップの分析としては頂点関数に対して②の処方、すなわち、tree (=point) 近似を採用して分析を実行することが現実的である。この近似は、 Σ_R に対するDS方程式の積分核に対する(improved) ladder近似と呼ばれるものである。ちなみに「improved」というのは、光子の伝播関数として硬熱ループ再加算伝播関数を用いているということを表したものである。

この近似は、真空（ゼロ温度）場の理論においても、DS方程式に基づく強結合QEDのカイ

ラル相転移の分析で採用されており、この近似の下での分析により重要な結果が得られていることは周知の事実である[1, 2, 3, 4]。

しかしゲージ場理論においては、ladder近似（梯子近似）に基づく解析にはある意味で致命的とも言える欠陥が存在することは良く知られている。それは解析の結果が、採用したゲージに陽（explicit）に依存してしまうという事実である。物理量は当然のことながらartificialに固定されたゲージに依存することはあり得ないにもかかわらず、ladder近似で計算して求められた結果はartificialに固定されたゲージに陽に依存して変化する、というわけである。一体どのゲージで計算した結果が物理量に対する真の結果であるのか、ということ判断できる根拠が存在しない以上、ladder近似に基づく解析結果は物理的な意味を持ち得ない、と言わざるを得ない。

それでは何故、真空（ゼロ温度）場の理論において、ladder近似積分核DS方程式に基づく強結合QEDのカイラル相転移の分析により得られた結果が、物理的に意味のある重要な結論であると評価されているのであろうか。

真空（ゼロ温度）場の理論では、電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R は一般的に2つの不変関数 A, C を用いて

$$\Sigma_R(P) = (1-A(P)) P + C(P) \quad (1)$$

とparametrizeできるが、不変関数の1つ $A(P)$ の逆数は電子波動関数繰り込み定数 Z_2 そのものである。ladder近似積分核を用いた近似の下ではvertex（頂点）は繰り込みを受けないので頂点繰り込み定数 Z_1 は自動的に $Z_1 = 1$ となる。

従って結果のゲージ不変性を担保する為には、得られた結果が $Z_2 = 1$ 、即ち、 $A(P) = 1$ となってWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満足したものとなっていることが最低限求められる。得られた結果が $A(P) \neq 1$ であれば、その結果が明白にゲージ不変性と矛盾するものであることを意味し、得られた結果の物理的意味は全く不明ということになるからである。

幸いにして、真空（ゼロ温度）場QEDでは、Landau gaugeを採用した分析においては不変関数 A は一般的に $A(P) = 1$ であることが保証されており[1]、その意味で、ladder近似DS方程式そのものの問題は別にして、少なくともLandau gaugeを採用した分析には物理的意味を認めることができると考えられているのである。

しかるに、有限温度ゲージ場の理論においてはこの保証は一切ない。有限温度QEDでは、Lorentz 不変性の欠如の故に、電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R は一般的に3つの不変関数 A, B, C を用いて

$$\Sigma_R(P) = (1-A(P)) P_1 \gamma^1 + B(P) \gamma^0 + C(P) \quad (2)$$

とparametrizeされる。この場合にもやはり $A(P)$ の逆数は電子波動関数繰り込み定数 Z_2 そのものであるが、Landau gaugeの下では摂動理論による計算も含めて $A(P)$ は大きく1からずれていること、更には実数でさえないということがわかっている[5~9]。さらにより一般的に、運動量に依存しない任意のゲージパラメータの下では $A(P) \neq 1$ であること、そしてゲージパラ

メータの値を変化させるとそれに伴って物理量たるべきカイラル相転移の臨界温度が大きく変化することを、我々は前回の分析によって明確にした[10]。この事実から (Landau gauge を含め、一般にcovariant gaugeの下では) 有限温度密度QEDのladder近似DS方程式に基づく分析は明白にWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ と矛盾しており、その意味で結果のゲージ不変性は担保されず、得られた結果の物理的意味については明確な意味付けができないといわざるを得ない。

それでは、硬熱ループ improved ladder近似の下での Σ_R に対するDS方程式の分析を通じては、強結合熱QEDのカイラル相転移現象に関して、少なくとも上述した真空 (ゼロ温度) 場QEDの場合と同程度の意味で物理的に意味のある結論を引き出すことはできないのであろうか。

ここで今までの研究[1,9,10]により明かになっている事実を整理しておこう：

①運動量に依存しないゲージパラメータにより指定される範囲の任意のゲージの下では $A(P) \neq 1$ である、特に、Landau gauge での結果は $A(P)$ は大きく1からずれることを示しており、明白にWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ と矛盾している。

②真空 (ゼロ温度) 場QEDでは、Landau gaugeを採用した分析においては不変関数 A は一般的に $A(P)=1$ であり、Landau gaugeの結果はWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と矛盾しない。

真空 (ゼロ温度) 場QEDにおいて Landau gauge を採用した分析結果に物理的意味を認めることができると評価されている理由は、主に上記の②の事実にあるということを考えれば、有限温度場QEDにおけるゲージ依存性問題に対する1つの処方としては、まず真空 (ゼロ温度) 場QEDにおける Landau gauge での分析と同じレベルの分析を実行することが第一であろう。即ち、少なくともWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない分析を実行することである。

前回の研究[10]では強結合熱QEDのカイラル相転移現象に関して、硬熱ループ improved ladder近似の下での Σ_R に対するDS方程式の解を解析し、その結果のゲージ依存性の大きさについて分析した。前回までの分析処方ならびに結果の詳細については、我々の論文を参照して頂くとして、ポイントをまとめると以下のようなものである：

1. 分析方法に関して：

- i) 正しく遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対するDS方程式を取り扱っている[11]こと、
- ii) Σ_R を不変関数 A, B, C (定義については上記 Eq.(2) 参照) の各々のimaginary part まで含めてきちんと分析した[12]こと、
- iii) 硬熱ループ近似で解析的に評価した「improved ladder積分核」を採用したこと、
- iv) ゲージに関しては、Landau gauge を含めた covariant gauge の範囲内で、ゲージパラメータ ξ が運動量に依存しない定数という条件下で種々の値について分析し結果を比較分析したこと。

2. 分析結果に関して：

- i) 得られた結果は従来の、simpleなtree level光子伝播関数を用いた、ladder近似DS方程式に基づく分析結果 [6,7,8] とは大きな差異があり、温度揺らぎの効果をきちんと取り込むことの重要性が明かになったこと。
- ii) 少なくとも相転移の回数についてはゲージ依存性はなく2次転移であること、
- iii) 転移温度は明かに大きなゲージ依存性を有すること、つまり、転移温度に関しては適切なゲージを選択して Ward の恒等式と両立する解を得ない以上、理論の予言としての物理的な結論には到達できないということ。
- iv) 有限温度においては、ゼロ温度場理論の場合と異なり、Landau gauge が必ずしも「良い」ゲージとして振る舞わず、Ward の恒等式と最も相容れないのは Landau gauge そのものであると考えられること。

以上の結果を受けて、今回の研究では適切なゲージを探して Ward の恒等式と両立する分析を実行することを考える。すなわち、強結合熱QEDにおける電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R に関する硬熱ループ再加算improved ladder近似DS方程式の解を、少なくともWard恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない分析処方を通じて求めてその解の性質を分析し、ゼロ温度強結合QEDにおける Landau gauge での分析と同じレベルの分析を実行することにする。この条件を満足しうる分析の処方として、まず $A(P)=1$ を満足する（あるいは、 $A(P)=1$ とconsistentな）解を求めることにし、得られた解の性質を詳しく分析することにする。この分析を完了することによってはじめて、有限温度QEDのDS方程式に基づく分析はゼロ温度QEDのそれと同レベルの、物理的に意味のある分析結果を得ることになる。

ここで、今回の分析の結論をまとめておこう：ゲージパラメータ ξ として運動量依存性を有する non-linear gauge に拡張したうえで、複素数の範囲まで許容して分析して得られた結果は以下のようなものである。

- (1)電子波導関数繰り込み定数 $A(P)$ に関し、 $A(P) = 1$ を満足するという意味で、Ward の恒等式 $Z_1 = Z_2$ との矛盾が明白とはならない解を決定しその解の性質を詳しく分析することができた。この解を得るためには、ゲージパラメータ ξ が運動量に依存するということが決定的である。

- (2)massless 強結合QEDのカイラル相転移の次数は2次であることが確認できた。

- (3)2つの臨界指数 ν および η は、分析した結合定数および温度の範囲内で、それぞれほぼ一定の値と考えて十分であることもわかり、その値は

$$\nu = 0.395, \quad \eta = 0.518$$

で与えられた。

- (4) chiral symmetry restoration and/or breaking に対する温度揺らぎの効果のサイズは、当初の Landau gauge の下での分析 [9] で予想したよりは小さい。その結果、

- (5)(α, T)-面内での相境界 (phase boundary) 曲線はLandau gauge で決定されたものと比較

し symmetry broken phase の領域が低温強結合定数の側へと縮小している。

このノートの構成は以下のようになっている。次の第2章では強結合熱QEDにおける電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R に関する硬熱ループ再加算improved ladder近似DS方程式、および、対応する電子の遅延伝播関数 S_R に対する有効ポテンシャルを簡略に提示する。DS方程式の解を求める具体的な処方、特に、少なくともWard恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない解を求める分析処方については第3章で詳しく解説し、続く第4章で得られた解の分析結果について述べる。最後に第5章で、今回の分析とその結果に関する議論を与え、その意味付けと今後の展望について検討する。

2. 硬熱ループ再加算improved ladder近似DS方程式

この章では、電子の遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対する硬熱ループ近似 DS方程式を提示し、次いで improved ladder 近似、および、硬熱ループ再加算光子伝播関数の、特にゲージ項の、寄与について説明する。そのうえで、具体的に分析の対象となる Σ_R の3個の不変関数 A, B, C に対する硬熱ループ再加算 improved ladder 近似DS方程式を与える。また、初期値の取り方等により複数の「解」が存在した場合に「真の解」を選択する用に供するために、得られた電子遅延伝播関数 S_R に対する有効ポテンシャルの表式を与える。

これらについては既に前回のノート[10]に与えられているが、分析の出発点となる方程式や表式であるので煩瑣をいとわずに再掲することにする。

2-1. 遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対する硬熱ループ近似 DS方程式

閉経路 (CTP) 形式 [13] massless 熱 QED においては、電子遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対する硬熱ループ近似 DS方程式は次式で与えられる[14]：

$$\begin{aligned}
 -i\Sigma_R(P) &= -i\Sigma_{RA}(-P, P) = -\frac{e^2}{2} \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \\
 &\times \left[*G_{RAA}^\mu(-P, K, P-K) S_{RA}(K) *G_{RAA}^\nu(-K, P, K-P) *G_{RR,\mu\nu}(P-K) \right. \\
 &\left. + *G_{RAA}^\mu(-P, K, P-K) S_{RR}(K) *G_{AAR}^\nu(-K, P, K-P) *G_{RA,\mu\nu}(P-K) \right] \quad (3)
 \end{aligned}$$

ここに、 $*G^{\mu\nu}$ は硬熱ループ再加算光子伝播関数を表し、その遅延 (R \equiv RA) 成分および 相関 (C \equiv RR) 成分は以下で与えられる、

$$*G_R^{\rho\sigma}(K) = \frac{1}{*\Pi_R^R(K) - K^2 - i\epsilon k_0} A^{\rho\sigma} + \frac{1}{*\Pi_L^R(K) - K^2 - i\epsilon k_0} B^{\rho\sigma} - \frac{\xi}{K^2 + i\epsilon k_0} D^{\rho\sigma}, \quad (4)$$

$$*G_{RR}^{\rho\sigma}(-K, K) = (1 + 2n_B(k_0)) [*G_R^{\rho\sigma}(K) - *G_A^{\rho\sigma}(K)], \quad n_B(k_0) = \frac{1}{\exp(k_0/T) - 1} \quad (5)$$

但し、 $*\Pi^R_L$ および $*\Pi^R_T$ はそれぞれ硬熱ループ遅延光子自己エネルギーであり [15]、 $n_B(k_0)$ はボーズ分布関数である。また $D^{\mu\nu}$ に比例する項に現われる ξ はゲージ固定パラメータであり、Landau gauge は $\xi = 1$ に対応する。

今回の分析においては、この光子伝播関数の $D^{\mu\nu}$ に比例するゲージ項の取扱いが重要な意味を持つ。

ちなみに、上式で $A^{\mu\nu}$ 、 $B^{\mu\nu}$ 、 $D^{\mu\nu}$ は射影テンソルを表す [16]、

$$A^{\rho\sigma} = g^{\rho\sigma} - B^{\rho\sigma} - D^{\rho\sigma}, \quad B^{\rho\sigma} = -\frac{\tilde{K}^\rho \tilde{K}^\sigma}{K^2}, \quad D^{\rho\sigma} = \frac{K^\rho K^\sigma}{K^2}, \quad (6)$$

ここに、 $\tilde{K} = (k, k_0 k)$ 、 $k = \sqrt{k^2}$ であり $\hat{k} = k/k$ は k 方向の単位ベクトルである。

$S(-P, P) \equiv S(P)$ は full electron propagator を表し、その遅延 ($R \equiv RA$) 成分および相関 ($C \equiv RR$) 成分は次式で与えられる (但し、 $n_F(p_0)$ はフェルミ分布関数である)：

$$S_R(P) = \frac{1}{\not{P} + i\epsilon\gamma_0 - \Sigma_R}, \quad (7)$$

$$S_{RR}(P) = (1 - 2n_F(p_0))[S_R(P) - S_A(P)], \quad n_F(p_0) = \frac{1}{\exp(p_0/T) + 1}. \quad (8)$$

ここに、 Σ_R は電子の遅延自己エネルギー関数であり、Eq.(2) で与えられ、3個のスカラー不変関数 $A(P)$ 、 $B(P)$ 、 $C(P)$ で記述される。すでに述べたごとく $A(P)$ は電子の波動関数繰り込み定数であり、ゼロ温度理論では Landau ゲージの下では $A = 1$ であることが保証されているが、有限温度場理論ではこの保証はない。また、 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ が興味を中心となる質量関数の役割を果たす量で、カイラル対称相では $M(P) = 0$ である。

最後に、 $*\Gamma^\mu$ は硬熱ループ再加算頂点関数

$$*\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^\mu = \gamma_{\alpha\beta\gamma}^\mu + \delta\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^\mu, \quad (\alpha, \beta, \gamma = A, R) \quad (9)$$

を表すが、次節で説明するように、今回の分析では第二項の硬熱ループの寄与 $\delta\Gamma$ を無視する point 相互作用近似を採用する。

2-2. 不変関数 A, B, C に対する硬熱ループ近似 improved ladder DS方程式

今回の分析では、電子遅延自己エネルギー関数 Σ_R に対する硬熱ループ近似 DS方程式、Eq.(3)、に対して2つの近似を行った：

i) point 相互作用近似

硬熱ループ再加算頂点関数 $*\Gamma^\mu$ 、Eq.(9) において第二項の $\delta\Gamma^\mu$ を無視し、point 相互作

用に対応するtree頂点関数 γ^μ のみを保持する。

これには2つの理由がある。1つは第二項は非局所相互作用項であり、この項を導入すると解析がきわめて複雑となって現在所有のコンピュータの能力を超える恐れがあることである。2つめの理由はより理論的なもので、この項を導入した際に生ずる恐れのある double counting problem を、数値解析においてどのように処理すれば良いのかという問題について明確な解答を得ていないことに起因している。

しかし、第1章でも述べたように、この近似を導入することでDS方程式を ladder 近似で取り扱うこととなり、その解のゲージ不変性が失われるという重大な犠牲を支払うことになる。今回の研究は、この失われたゲージ不変性を（部分的にでも）回復させ、如何にしてゲージ不変性と矛盾しない解を得るか、という問題意識から出発している。

ii) Modified Instantaneous Exchange (MIE) 近似

硬熱ループ再加算光子伝播関数 $*G^{\rho\sigma}$ 、Eq.(4)、において、射影テンソル $A^{\mu\nu}$ に比例する縦（=電気的）成分伝播関 $*G_L^{\rho\sigma}$ （含む、硬熱ループ光子自己エネルギー $*\Pi_L$ ）に対しては遠隔相互作用（Instantaneous Exchange (IE)）近似（すなわち、運動量第零成分の値を0にセットする近似）を採用する。一方、この近似では硬熱ループ効果が消失して massless propagation に帰着してしまう $B^{\mu\nu}$ に比例する横（=磁氣的）成分伝播関数 $*G_T^{\rho\sigma}$ （含む、硬熱ループ光子自己エネルギー $*\Pi_T$ ）および $D^{\mu\nu}$ に比例するゲージ項（この項は本来 massless 項である）に対してはこの近似をとらず本来の近接相互作用として取り扱う。

この理由は、横方向成分およびゲージ項成分伝播関数に対して IE 近似をそのまま採用することは、無矛盾には実行できないからである。詳細については論文[9]を参照されたい。

以上の2つの近似を採用したとき、不変関数 A, B, C に対する硬熱ループ近似 improved ladder DS方程式として以下を得る[9]：

$$\begin{aligned}
 & p^2[1 - A(P)] \\
 &= e^2 \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \left[\{1 + 2n_B(p_0 - k_0)\} \text{Im} [*G_R^{\rho\sigma}(P - K)] \right. \\
 & \quad \times \left[K_\sigma P_\rho + K_\rho P_\sigma - p_0(K_\sigma g_{\rho 0} + K_\rho g_{\sigma 0}) - k_0(P_\sigma g_{\rho 0} + P_\rho g_{\sigma 0}) + pk_z g_{\sigma\rho} \right. \\
 & \quad \left. + 2p_0 k_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0} \right] \frac{A(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \\
 & \quad \left. + \{P_\sigma g_{\rho 0} + P_\rho g_{\sigma 0} - 2p_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0}\} \frac{k_0 + B(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \right] \\
 & + \{1 - 2n_F(k_0)\} *G_R^{\rho\sigma}(P - K) \\
 & \quad \times \text{Im} \left[K_\sigma P_\rho + K_\rho P_\sigma - p_0(K_\sigma g_{\rho 0} + K_\rho g_{\sigma 0}) - k_0(P_\sigma g_{\rho 0} + P_\rho g_{\sigma 0}) + pk_z g_{\sigma\rho} \right. \\
 & \quad \left. + 2p_0 k_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0} \right] \frac{A(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \\
 & \quad \left. + \{P_\sigma g_{\rho 0} + P_\rho g_{\sigma 0} - 2p_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0}\} \frac{k_0 + B(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \right] , \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B(P) &= e^2 \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \left[\{1 + 2n_B(p_0 - k_0)\} \text{Im} [{}^*G_R^{\rho\sigma}(P - K)] \right. \\
 &\quad \times \left[\frac{\{K_\sigma g_{\rho 0} + K_\rho g_{\sigma 0} - 2k_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0}\}}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \frac{A(K)}{k_0 + B(K)} \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{2g_{\rho 0} 2g_{\sigma 0} - g_{\sigma\rho}}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \right] \right. \\
 &\quad + \{1 - 2n_F(k_0)\} {}^*G_R^{\rho\sigma}(P - K) \\
 &\quad \times \text{Im} \left[\frac{A(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \{K_\sigma g_{\rho 0} + K_\rho g_{\sigma 0} - 2k_0 g_{\sigma 0} g_{\rho 0}\} \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{k_0 + B(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \{2g_{\rho 0} 2g_{\sigma 0} - g_{\sigma\rho}\} \right] \right], \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C(P) &= -e^2 \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} g_{\sigma\rho} \left[\{1 + 2n_B(p_0 - k_0)\} \text{Im} [{}^*G_R^{\rho\sigma}(P - K)] \right. \\
 &\quad \times \frac{C(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} + \{1 - 2n_F(k_0)\} \\
 &\quad \left. \times {}^*G_R^{\rho\sigma}(P - K) \text{Im} \left[\frac{C(K)}{[k_0 + B(K) + i\epsilon]^2 - A(K)^2 k^2 - C(K)^2} \right] \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

これらの積分方程式は、不変関数 A, B, C にはそれぞれ実部と虚部とが存在することを考慮すれば、6個の未知関数に対する連立積分方程式となっており、これを解くことは上記2つの近似を採用したとしても依然として十分に困難を伴うものである。

2-3. 電子伝播関数 S_R に対する有効ポテンシャル $V(S_R)$

連立積分方程式 Eqs. (10,11,12) は、初期値の取り方等により複数の解を有する可能性がある。複数の解が存在する場合に「真の解」を求める為には、複数の解の各々に対し電子伝播関数 S_R に対する有効ポテンシャル $V(S_R)$ を計算し、それらの内で最低エネルギーを有するものを選択することが求められる。この為には現在解析しているDS方程式と同じ近似レベルの範囲内の有効ポテンシャル $V(S_R)$ を求める必要があるが、それは次式で与えられる [17]：

$$\begin{aligned}
 V[S_R] &= i\text{Tr}[P S_R] + i\text{Tr} \ln [i S_R^{-1}] \\
 &\quad - \frac{e^2}{2} \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 P}{(2\pi)^4} \frac{1}{2} \text{tr} [\gamma_\mu S_R(K) \gamma_\nu S_R(P) D_{\nu\mu}^{\prime\prime}(P - K) \\
 &\quad + \gamma_\mu S_C(K) \gamma_\nu S_R(P) D_{\nu\mu}^{\prime\prime}(P - K) + \gamma_\mu S_R(K) \gamma_\nu S_C(P) D_{\nu\mu}^{\prime\prime}(P - K)] \quad (13)
 \end{aligned}$$

ちなみに、第1、第2項は1ループ有効ポテンシャル、第3項は2ループ有効ポテンシャルに対応している。

3. ゲージ不変性と明白には矛盾しない解を求める分析処方

第2章で説明したように、我々の分析する硬熱ループ近似 improved ladder DS方程式には、大きく言って3つの近似が導入されている：i) 光子伝播関数に対する硬熱ループ再加算近似、ii) 電子光子頂点関数に対する point interaction 近似、iii) 縦成分光子伝播関数に対する遠隔相互作用近似 (Modified Instantaneous Exchange 近似)、の3つである。

最初の光子伝播関数に対する硬熱ループ再加算近似は、その物理的意味が明確で、現在の熱的揺らぎの効果の分析においては光子の完全な伝播関数に対する近似として最も信用度の高いものである。また、最後の縦成分光子伝播関数に対する遠隔相互作用近似は、分析の低温度側での適用範囲に制限を加えるものの、結果の物理的信用度に関わるものではない。

問題は第2の電子光子頂点関数に対する point interaction 近似である。この近似をおこなった途端に、DS方程式で考慮される相互作用は梯子型のダイアグラムに限定され、分析結果のゲージ不変性が保証されなくなる、つまり、分析結果が artificial に選ばれたゲージに依存するということになってしまう。事実、前回の分析で示したように、ゲージパラメータ ξ の値を変化させるとカイラル相転移の転移温度は大きく変化する。これでは、何を持って理論の指示する物理的帰結と判定すべきかが不明であるという困難に直面することになる。

何がこうした困難を引き起こすのか、ということをはっきりしている：頂点関数に対する point interaction 近似をおこなうとDS方程式の相互作用積分核が梯子型 (ladder type) に限定され、その結果として頂点関数は一切の補正を受けることなく全次数で tree 構造 (=point vertex) を保持するが、一方で、電子伝播関数は補正を受けて tree 構造からずれる。その結果ゲージ不変性を保証する恒等式である Ward-Takahashi Identity が満たされなくなる、というものである。これは、頂点関数に対する点状相互作用近似 (=積分核に対する梯子型相互作用近似) の引き起こす必然的な帰結である以上、硬熱ループ近似 improved ladder DS方程式に基づく我々の分析結果は当然ながら gauge-dependent である。

さて如何に成すべきか。ここで、ladder近似DS方程式に基づく強結合QEDのカイラル相転移現象に関する分析[1,2,3]において、真空(ゼロ温度)場QEDにおいて Landau gauge を採用した分析結果に物理的意味を認めることができると評価されている理由は、主に真空(ゼロ温度)場QEDでは Landau gauge を採用した分析においては不変関数 A は一般的に $A(P)=1$ であり、Landau gaugeの結果はWardの恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と矛盾しない、という事実にあるということを考えれば、我々の成すべき方向性が見えてくる：

すなわち、強結合熱QEDでの電子遅延自己エネルギー関数 Σ_R に関する硬熱ループ再加算 improved ladder近似DS方程式の解を、少なくともWard恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない分析処方を通じて求めてその解の性質を分析し、ゼロ温度強結合QEDにおける Landau gauge での分析と同じレベルの分析を実行すべし。

この条件を満足しうる分析の処方として、まず $A(P)=1$ を満足する (あるいは、 $A(P)=1$ と

consistentな) 解を求めることにし、得られた解の性質を詳しく分析することにする。

Ward恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満足する解をもとめるための具体的な処方箋は以下のようなものである：

- ①硬熱ループ再加算光子伝播関数 $*G^{\mu\nu}$ 、Eq.(4)、に現われるゲージパラメータ ξ が運動量の関数、 $\xi = \xi(K)$ 、となる nonlinear gauge を想定し、 k_0 と $k = \sqrt{k^2}$ の関数として規格化直行関数を用いて適当に parametrize する、
 - ②不変関数A、B、Cに対するDS方程式、Eqs. (10,11,12)、を iterative に解く際、iteration の各段階での input functions に関して $A(P)=1$ を制限条件として課す、
 - ③- 1 output functions において $|A - 1|$ を最小化する解を求める、
- または、
- ③- 2 output functions に関して $A(P)=1$ を課して解を求める。

技術上の問題で、今回は③- 1 の処方に従った。なお、これらを iteration の各段階で行いつつ iterative に収束する解を求めることはいう迄もない。

4. 解析の結果—Ward の恒等式と無矛盾な解

4-1. 解析の具体的詳細

不変関数A,B,Cに対する硬熱ループ近似 improved ladder DS方程式を、以下のような処方で数値的に解いた：

まず、不変関数A,B,Cは non-trivial な虚部を有することを想定する。また、硬熱ループ再加算光子伝播関数 $*G^{\mu\nu}$ 、Eq.(4)、に現われるゲージパラメータ ξ が運動量の関数となる nonlinear gauge を想定し、 $\xi = \xi(k_0, k = \sqrt{k^2})$ を k_0 と $k = \sqrt{k^2}$ の関数として規格化直行関数を用いて適当に parametrize する。今回の分析では、 $\xi = \xi(K)$ の parametrization としては、 k_0 -dependence は Hermite 関数 $H_m(k_0)$ を、 $k (= \sqrt{k^2})$ -dependence は Laguerre 関数 $L_n(K)$ を適当な個数ずつ用いておこなった、

$$\xi(k_0, k) = \sum \xi_{mn} H_m(k_0) L_n(k), \quad \xi_{mn} \text{ は未知パラメータ.} \quad (14)$$

その上で、方程式の左辺の各未知関数に対して適当な試行関数をインプットし、それに対応する右辺の解を求め、次いで、求められた「解関数」を左辺に代入して対応する解を求める、という操作を繰り返す。この操作を安定な解が求まるまで繰り返すという、いわゆる、iteration method によって解を求めていく。

その際 Ward の恒等式と無矛盾な解を求めるために、前3章で述べたように、iteration の各段階で、(a)不変関数A,B,Cに対するDS方程式、Eqs. (10,11,12)、を iterative に解く際の input functions に関して $A(P) = 1$ を制限条件として課し、かつ、(b) output functions において $|A$

$|A-1|$ を最小化するように Eq.(14) の未知パラメータを決めて「解関数 (決定されたパラメータ ξ mn も含む)」を求める。注意する点は、iteration の各段階での「解関数」が次の iteration の段階での input functions となるわけであるが、その際に、上記(a)で述べたごとく、 A については $A(P) = 1$ とセットしたものを input functions として用いるということである。

さらに、この方法では、求められた解が最初にインプットした試行関数に依存する可能性が排除できない。そのため、種々の形の試行関数から出発して解を求めることを試みて、複数の解が存在しうる場合には、すでに2章で説明したように、複数の解の各々に対し電子の伝播関数 S_R に対する有効ポテンシャル $V(S_R)$ 、Eq.(13)、を計算し、それらの内で最低エネルギーを有するものを真の解として採用した。

なお、今回の報告では、ゲージパラメータ ξ として複素数の範囲まで許容した分析について結果を示すことにする、ただし、この場合は、Eq.(14) において Hermite 関数については $m = 0 \sim 4$ の5個、Laguerre 関数については $n = 0, 1$ の2個で、 $|A-1|$ を最小化するためのパラメータの数は $2 \times 5 \times 2$ の総数20個である。

4-2. 定数 ξ の範囲での結果

今回の解析結果を提示する前に、まず、運動量に依存しないゲージパラメータで指定される範囲のゲージの下では、 $A(P)$ がどの程度1からずれており Ward の恒等式 $Z_1 = Z_2$ と矛盾しているか、また、カイラル相転移の転移温度がどの程度ゲージパラメータの値と共に変化するか、ということ、を、Fig.1 および Fig.2 で見ておこう。Fig.1 から $\text{Re}|A|$ は大きく1からずれており、Landau gauge ($\xi = 0$) が決して良いゲージではないことも見て取れるし、また、Fig.2 からは相転移温度がゲージパラメータの値に大きく依存して変化していることがわかる。ただ、この Fig.2 は、相転移の次数はどうかゲージによらずに2次転移であることを示している、臨界指数に関しては必ずしも自明ではない。

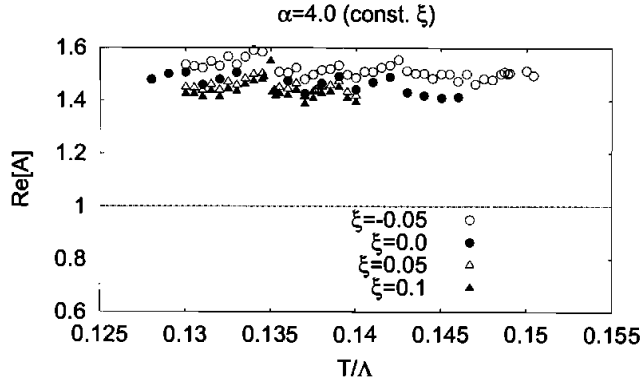


Fig.1 運動量に依存しないゲージパラメータ ξ の種々の値に対応する $\text{Re}|A|$ 。但し、結合定数 $\alpha = 4.0$ 、 $p_0=0$ 、 $p=0.1$

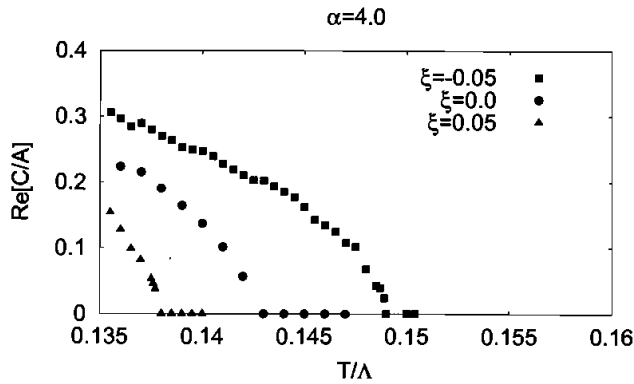


Fig.2 運動量に依存しないゲージパラメータ ξ の種々の値に対応する質量関数 $\text{Re}|M(P)|$ 、 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ 。但し、結合定数 $\alpha = 4.0$ 、 $p_0=0$ 、 $p=0.1$

4-3. 運動量に依存するゲージパラメータでの結果—Ward の恒等式と無矛盾な解

それでは、Ward の恒等式と無矛盾な解はどのようなものであろうか。ちなみに今回は、 $A(P)=1$ を満たす解ではなく、 $|A-1|$ を最小化する、より正確には

$$\int d^4P |A(P)-1|^2$$

を最小化する条件で解を求めたので、 $\text{Re}|A|$ が厳密に 1 にはなっていない。

まず、Fig. 3 に $\text{Re}|A|$ を与える、今回の解がこれまでの運動量に依存しないゲージパラメータで指定される範囲のゲージの下での解（例えば、Landau gauge ($\xi=0$) の解) とどれくらい異なるか、ということが良くわかる。この結果から、今回の処方では Ward の恒等式との無矛盾性がほぼ満たされた解を決定できている、と評価しても良いであろう。

以上の結果を受けて、相転移の構造の分析に入ろう。まず Fig. 4 で、種々の結合定数 α に

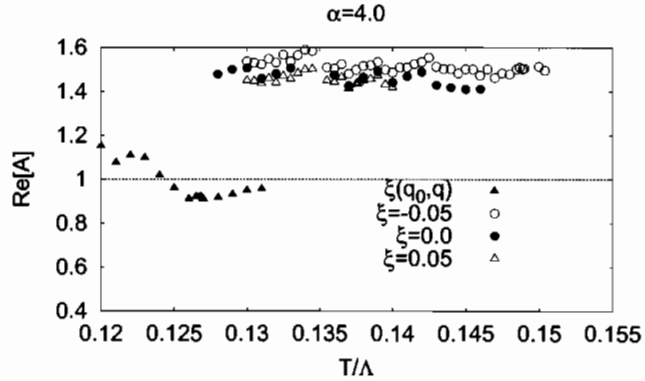


Fig.3 ゲージ不変な解と運動量に依存しない種々のゲージパラメータ ξ での解での $\text{Re}|A|$ の比較。但し、結合定数 $\alpha=4.0$ 、 $p_0=0$ 、 $p=0.1$

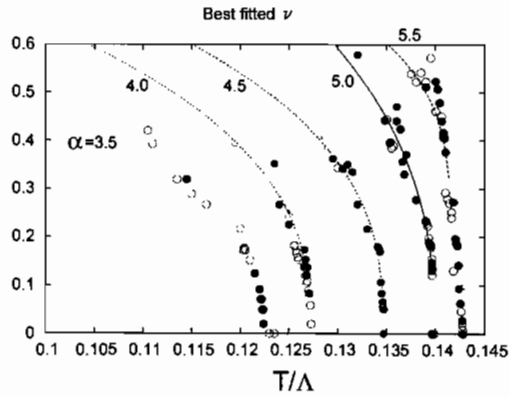


Fig.4 種々の結合定数 α における質量関数 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ の実部 $\text{Re}|M(P)|$ の温度依存性。但し、 $p_0=0$ 、 $p=0.1$ 。図中の曲線は臨界温度 T_c および臨界指数 ν を決めた際の best fit 曲線。

Critical Exponent (1)

$$\text{Re}[C/A] = C(T_c - T)^\nu$$

α	ν	α	ν
3.0	0.62580	3.5	0.42800
3.5	0.58340	4.0	0.38126
4.0	0.60043	4.5	0.36420
4.5	0.44814	5.0	0.40579
5.0	0.55476	5.5	0.20077
		ave	0.395 (5.5 x)
$\xi=0.0$			$\xi(q_0, q)$

Table 1 種々の結合定数 α における臨界指数 ν の値。Landau gauge ($\xi=0.0$) での結果を参考のために与えてある。

ける電子の質量関数 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ の実部 $\text{Re}|M(P)|$ を温度の関数としてプロットした図を与える。ただし、質量は通常の処方に従って static limit : $p_0=0$ 、 $p \rightarrow 0$ と整合するように $p_0=0$ 、 $p=0.1$ で計算した値を採用した。

図中の曲線は、各結合定数 α に対し $\text{Re}|M(P)|$ の温度依存性のデータを臨界温度 T_C 近傍で

$$M(P) = C_T (T_C - T)^\nu \quad (15)$$

で fit して臨界温度 T_C および臨界指数 ν を決めた際の best fit 曲線である。対応する臨界指数 ν の値は Table 1 に示してある。種々の結合定数 α で決められた臨界指数 ν の値の平均は

$$\langle \nu \rangle = 0.395 \quad (16)$$

となるが、この臨界指数の平均値は Fig. 4 のすべての結合定数 α におけるデータを良く fit することができる。Table 1 には参考の為に Landau gauge での分析から決めた臨界指数 ν の値も与えてある。

次に Fig. 5 では種々の温度 T における電子の質量関数 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ の実部 $\text{Re}|M(P)|$ を結合定数 α の関数としてプロットした図を与える。同じく、質量は通常の処方に従って static limit : $p_0=0, p \rightarrow 0$ と整合するように $p_0=0, p=0.1$ で計算した値を採用した。

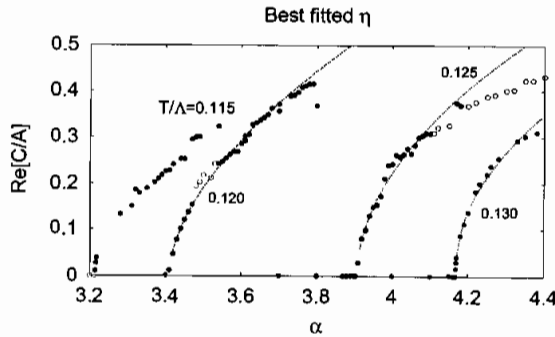


Fig.5 種々の温度 T における質量関数 $M(P) \equiv C(P)/A(P)$ の実部 $\text{Re}|M(P)|$ の結合定数依存性。但し、 $p_0=0, p=0.1$ 。図中の曲線は臨界結合定数 α_C および臨界指数 η を決めた際の best fit 曲線。

Critical Exponent (2)

$$\text{Re}[C/A] = C (\alpha - \alpha_c)^\eta$$

T	η	T	η
		0.115	0.54718
		0.120	0.57872
		0.125	0.51430
0.130	0.50781	0.130	0.46153
0.140	0.75982		
		ave	0.51835
Landau gauge		$\xi(q_0, q)$	

Table 2 種々の温度 T における臨界指数 η の値。Landau gauge ($\xi=0.0$) での結果を参考のために与えてある。

図中の曲線は、各温度 T に対し $\text{Re}|M(P)|$ の結合定数依存性のデータを臨界結合定数 α_c 近傍で

$$M(P) = C_\alpha (\alpha - \alpha_c)^\eta \quad (17)$$

で fit して臨界結合定数 α_c および臨界指数 η を決めた際の、best fit 曲線である。対応する臨界指数 η の値は Table 1 に示してある。種々の温度 T で定められた臨界指数 η の平均値は

$$\langle \eta \rangle = 0.518 \quad (18)$$

となるが、この臨界指数の平均値は Fig. 5 のすべての温度 T におけるデータを良く fit することができる。Table 1 には参考の為に Landau gauge での分析から決めた臨界指数 η の値も与えてある。

また、以上の Fig. 4 および Fig. 5 から容易に読み取れる事実は、massless 強結合 QED のカイラル相転移の次数は 2 次であるということである。上で決めた臨界指数の値の意味するところについての考察の為には、今少しの分析を必要とする。

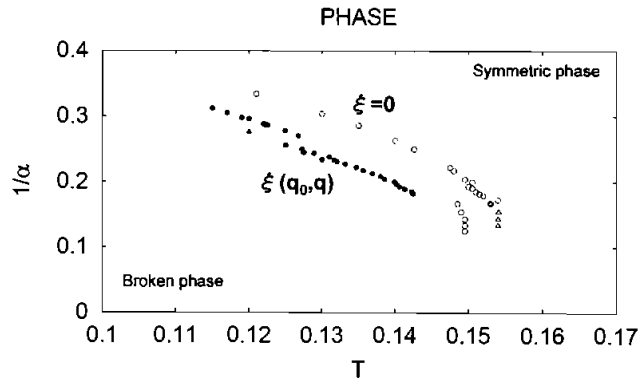


Fig.6 (α, T) -面内での相境界 (phase boundary) 曲線。白抜きはLandau gauge、黒はゲージ不変な解の結果

結合定数 α - 温度 T 面内での相境界 (phase boundary) 曲線は Fig. 6 のように決定され、Landau gauge で決定されたものと比較すると symmetry broken phase の領域が低温強結合定数の側へと縮小していることが見て取れる。このことは chiral symmetry restoration and/or breaking に対する温度揺らぎの効果のサイズは、当初の分析で予想したよりは小さい、ということの意味している。最も今回決定した相境界 (phase boundary) 曲線の $T \rightarrow 0$ 極限は、真空 (ゼロ温度) 場 QED における理論値を再現しそうにもない、ということを考えれば、低温側での分析に関して我々の近似との整合性を検討する必要があるであろう。

最後に、参考までにゲージパラメータ ξ の温度、および、運動量依存性がどの程度のものであるかを Fig.7 および Fig.8 で与えておこう。Fig.7 では種々の結合定数 α の値での $\text{Re}\{\xi\}$ の温度依存性を、Fig.8 では $\alpha=4.0$ 、 $T=0.125$ 、 $q=0.1$ における ξ の q_0 -依存性を示している。これらから、 ξ の温度や結合定数に関する依存性は小さいが、一方で運動量依存性についていえば、 q -依存性については小さいと言えるが、 q_0 -依存性は質量を定義する static limit と整合する近傍でもかなり大きいといわざるを得ない。但し、その変化は緩やか（微係数が小さい）であるといえるだろう。

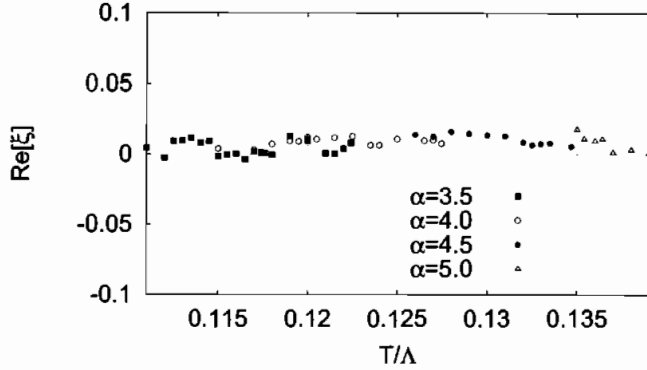


Fig.7 種々の結合定数 α の値での $\text{Re}\{\xi\}$ の温度依存性

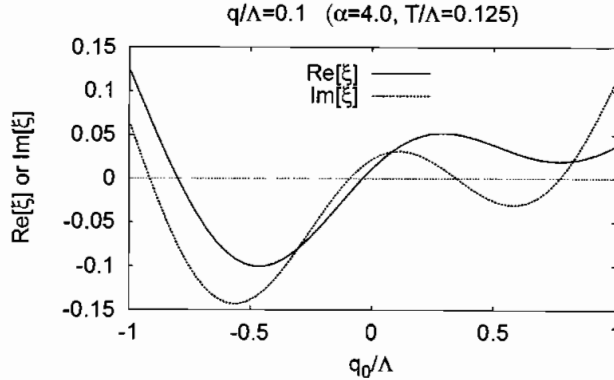


Fig.8 $\alpha=4.0$ 、 $T=0.125$ 、 $q=0.1$ における ξ の q_0 -依存性

5. まとめと議論

本研究では、強結合熱QEDにおける電子遅延自己エネルギー関数 Σ_R に関する硬熱ループ再加算 improved ladder 近似 DS 方程式の解を、少なくとも Ward 恒等式 $Z_1 = Z_2$ を満たすという意味でゲージ不変性と明白には矛盾しない分析処方を通じて求めてその解の性質を分析し、ゼロ温度強結合QEDにおける Landau gauge での分析と同じレベルの分析を実行することを試みた。この条件を満足しうる分析の処方として、まず $A(P)=1$ を満足する（あるいは、 $A(P)=1$ と

consistentな) 解を求めることにし、得られた解の性質を詳しく分析した。

今回の報告では、ゲージパラメータ ξ として複素数の範囲まで許容し、運動量依存性を Eq. (14) の形でパラメトライズして分析した。得られた結果は以下のようなものである。

(1)電子波導関数繰り込み定数 $A(P)$ に関し、 $A(P) \equiv 1$ を満足するという意味で、Ward の恒等式 $Z_1 = Z_2$ との矛盾が明白とはならない解を決定しその解の性質を詳しく分析することができた。この解を得るためには、ゲージパラメータ ξ が運動量に依存するということが決定的である。

(2)massless 強結合QEDのカイラル相転移の次数は2次であることが確認できた。

(3)2つの臨界指数 ν および η は、分析した結合定数および温度の範囲内で、それぞれほぼ一定の値と考えて十分であることもわかり、その値は Eqs. (15, 17)で与えられた:

$$\nu = 0.395, \quad \eta = 0.518$$

(4)chiral symmetry restoration and/or breaking に対する温度揺らぎの効果のサイズは、当初の Landau gauge の下での分析で予想したよりは小さい。その結果、

(5) (α, T) -面内での相境界 (phase boundary) 曲線は Fig.6 のように決定され、Landau gauge で決定されたものと比較すると symmetry broken phase の領域が低温強結合定数の側へと縮小している。

今回の分析から得られた結論は十分満足の行くものといえるが、2、3問題がない訳ではない。まず第1の問題点は、ゲージパラメータ ξ が複素数になっていることである。ゲージパラメータ ξ は Lagrangian にあらわれるパラメータであることを考慮すると、今回の分析は non-Hermite な理論を取り扱っているということの意味しており、あまり好ましいものではない。実数パラメータ ξ の範囲で同様の結論に到達できるのか否かを検討することが必要である。

第2の問題点は、今回の分析では、Ward の恒等式 $Z_1 = Z_2$ との consistency を、電子波導関数繰り込み定数 $A(P)$ に関し、 $A(P) \equiv 1$ を満足することのみで考慮しているにすぎないという点である。勿論 (improved) ladder近似DS方程式を議論する限り、Ward の恒等式と完全に整合する解など存在し得ないのであるが、以下のポイントについては吟味しておく必要がある。少なくとも質量を定義 (計算) した static limit: $p_0=0, p \rightarrow 0$ (実際にはこの極限と整合する $p_0=0, p=0.1$ という値) の近傍において、各不変関数 A, B, C はあまり大きな運動量依存性を有しないこと、つまり、質量を定義する static limit と整合する近傍では運動量依存性は緩やか (微係数が小さい) であること。この点は、求めた解がゲージ不変性と明白には矛盾しない、ということと関わって大切なポイントである。

謝辞

この研究ノートにまとめた内容は、本学教養部 横田浩、同 吉田光次の両氏との共同研究により得られた知見をまとめたものであるということを付記しておきたい。

また、この研究は、部分的に平成17年度奈良大学研究助成をうけて実行されたものである。記して感謝したい。

References and Footnotes

- [1] T. Maskawa and H. Nakajima, Prog. Theor. Phys. 52, 1326 (1974);
T. Maskawa and H. Nakajima, Prog. Theor. Phys. 54, 860 (1975);
R. Fukuda and T. Kugo, Nucl. Phys. B117, 250 (1976).
- [2] K. Yamawaki, M. Bando and K. Matumoto, Phys. Rev. Lett. 56, 1335 (1986);
K.-I. Kondo, H. Mino and K. Yamawaki, Phys. Rev. D39, 2430 (1989).
- [3] W. A. Bardeen, C. N. Leung and S. T. Love, Phys. Rev. Lett., 56, 1230 (1986);
C. N. Leung, S. T. Love and W. A. Bardeen, Nucl. Phys. B273, 649 (1986);
W. A. Bardeen, C. N. Leung and S. T. Love, Nucl. Phys. B323, 493 (1989).
- [4] A. Barducci, R. Casalbuoni, S. De Curtis, R. Gatto and G. Pettini, Phys. Rev. D41, 1610 (1990).
- [5] A. Rebhan, Phys. Rev. D46, 4779 (1992).
- [6] K.-I. Kondo and K. Yoshida, Int. J. Mod. Phys. A10, 199 (1995).
- [7] M. Harada and A. Shibata, Phys. Rev. D59, 014010 (1998).
- [8] K. Fukazawa, T. Inagaki, S. Mukaigawa and T. Muta, Prog. Theor. Phys. 105, 979 (2001).
- [9] Y. Fueki, H. Nakkagawa, H. Yokota and K. Yoshida, Prog. Theor. Phys. 110, 777 (2003);
H. Nakkagawa, H. Yokota, K. Yoshida and Y. Fueki, Pramana—J.of Phys. 60, 1029 (2003).
- [10] 中川寿夫、横田浩、吉田光次、素粒子論研究 112、(2005) ;
H. Nakkagawa、総合研究所報 No.14、97 (2006) .
- [11] 実時間形式での従来の分析、Refs. [7] and [8]、は Σ_{11} 成分を取り扱っていた。
- [12] 実時間形式での従来の分析、Refs. [7] and [8]、ではすべての imaginary parts を無視して real parts のみで議論していたが、このような取扱いは内部に矛盾を含むことを我々は Ref. [9] で指摘した。
- [13] K.-C. Chou, Z.-B. Su, B.-L. Hao and L. Yu, Phys. Rep. 118, 1 (1985); L. V. Keldysh, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 47, 1515 (1964) [Sov. Phys. JETP 20, 1018 (1965)] .
- [14] Y. Fueki, H. Nakkagawa, H. Yokota and K. Yoshida, Prog. Theor. Phys. 107, 979 (2002)
- [15] V. V. Klimov, Sov. J. Nucl.Phys. 33, 934 (1981); V. V. Klimov, Sov. Phys. JETP 55, 199 (1982); H. A. Weldon, Phys. Rev. D26, 1394 (1982); Phys. Rev. D26, 2789 (1982).
- [16] H. A. Weldon, Ann. Phys. (N.Y.) 271, 141 (1999).
- [17] J. M. Cornwall, R. Jackiw and E. Tomboulis, Phys. Rev. D10, 2428 (1974).