

## 熱ゲージ場理論の相転移機構と 相構造のDS方程式に基づく研究

Analysis of the Phase Structure and the Mechanism of Phase Transition  
of Thermal Gauge Field Theories through the Hard-Thermal-Loop  
Improved Dyson-Schwinger Equation

中川 寿夫\*

Hisao Nakagawa

### 1. 研究の位置づけと目的

本研究の目的は、閉経路実時間形式熱場理論を用いてフェルミオン遅延質量関数 $\Sigma_R$ に対するDyson-Schwinger (DS) 方程式を書き下し、その解の性質を分析することにより、有限温度・密度環境下でのQED/QCDの相構造と相転移機構を解明することにある。

閉経路実時間形式熱場理論を用いた解析を行う理由は、正しく $\Sigma_R$ を取り扱いさえすれば、複雑かつ困難を伴う解析接続の問題を回避できることによる。DS方程式による解析に着目した理由は、DS方程式が、非摂動的な分析を可能とし、かつ、場の理論の範囲で厳密に導出される基礎方程式であること、またその積分核に対する近似が解析的処方に基づいて逐次的に改善可能であることにある。

分析の第一ステップとして、この数年間、硬熱・硬密度ループ近似の下で解析的に評価した「改善された梯子近似 (improved ladder approximation) 積分核」を採用した分析を実行してきた。これはDS方程式の積分核に対して、ゲージボゾン (photon/gluon) 伝播関数に対しては硬熱・硬密度ループ再加算伝播関数を用いるが、その一方で、頂点 (vertex) 関数に対してはtreeの点 (point) 相互作用近似を採用するというものである。

しかし、一般的にゲージ場理論においては、梯子 (ladder) 近似による分析結果は採用したゲージに依存するということがわかっており、その意味で、我々の分析においても分析結果の意味するところについては慎重な考察が求められる。幸いにして真空 (ゼロ温度・密度) 場の理論では、Landau gaugeを採用した分析ではフェルミオン波動関数繰り込み定数 $A(P) = 1$ で

あることが保証されており、頂点 (vertex) 関数に対する tree の点近似 (= 頂点関数が繰り込みの効果を受けないという近似) は、 $Z_1=Z_2$  を満足するという意味で Ward-Takahashi 恒等式と結果的に整合的であるということがわかっている。この意味で、ladder 近似の良さという問題は別にして、少なくとも Landau gauge を採用した分析にはそれなりの物理的意味を認めることができると考えられている。しかし残念なことに、有限温度密度場の理論においてはこの保証は一切ない。

頂点関数に対して点 (point) 相互作用近似を採用する最大の理由は、分析の簡便性にある。この近似をやめて頂点関数に対しても硬熱・硬密度ループ再加算を実行したものをを用いれば、解のゲージ依存性に関する問題は解決する。しかしそのために支払うべきコストは大きい：まず第 1 に、この近似の下で必要な diagrams を過不足無く足し上げるための処方箋が明らかでないことが、そして第 2 に、仮にこの問題が解決できたとしても、得られた DS 方程式の構造が複雑になり過ぎて具体的な分析の実行が極めて困難になることがあげられる。という訳で、現状では ladder 近似積分核による分析で我慢するしかない。

それでは、(1) 有限温度・有限密度 QCD/QED において ladder 近似 DS 方程式の解はどの程度まで採用したゲージに依存するのであろうか？

また、(2) ladder 近似 DS 方程式の範囲内で、有限温度・密度環境下で Ward-Takahashi 恒等式  $Z_1=Z_2$  を満足するような解は存在するのか、またそのような解を求めることが可能であるのか、そしてそのような解の述べる結論はどのようなものであるのでしょうか？

これらの疑問に答えることは、クォーク物質中での種々の相転移現象を、基礎理論である QCD から理解していくためには不可欠な作業である

我々は、これらの疑問に答えることに精力を注ぎ、improved ladder 積分核を採用した硬熱ループ近似 DS 方程式の解の分析を通じて物理的に意味のある結論を引き出すことを目指してきた。

## 2. 研究の進捗状況

平成18年度研究助成を利用して行った研究活動の内容は以下のようなものである：

1. 「Phase Structure of Thermal QCD/QED: A Gauge Invariant Analysis based on the Hard Thermal Loop Resummed Improved Ladder Dyson-Schwinger Equation」の完成に向けた分析
2. 「Analysis of the Phase Structure of Thermal QED/QCD through the Hard Thermal Loop Improved Ladder Dyson-Schwinger Equation—On the Gauge Dependence of the Solution—」の完成と論文文化

### 3. 研究成果発表のための国際学会への参加、および、研究発表

1. に関しては、preliminaryな結果について2つの国際会議の場で発表し、報告内容は会議録に掲載されることが決定している。2. については、分析結果を完全な論文の形にまとめて論文雑誌に投稿済みである。従って、再度ここに研究ノートの形でまとめることはせずに、会議録、および、完成論文のそれぞれの概要 (Abstract) を以下に掲載しておくことにする。

なお、3. の内容は以下の通りである。平成18年9月に米国ハワイで開催された日米物理学会のjoint meetingにおいて1. の内容のpreliminaryな報告を行った。また、当該研究に関しては、平成18年度中に2度、国際会議の場で報告し、さらに平成19年8月にはNewton Institute, Cambridge Universityに於いてほぼ完成したversionでの発表を行った。

以下に、1. に関する会議録の概要 (Abstract)、および、2. に関する完成論文の概要 (Abstract) を掲載する。

1. [Phase Structure of Thermal QCD/QED: A Gauge Invariant Analysis based on the Hard Thermal Loop Resummed Improved Ladder Dyson-Schwinger Equation], to appear in the proceedings of the International Workshop on Origin of Mass and Strong Coupling Gauge Theories (SCGT07), Nov. 21-24, 2006, Nagoya University, Nagoya, Japan (hep-ph/0703134)

Based on the hard-thermal-loop resummed improved ladder Dyson-Schwinger equation for the fermion mass function, we propose a procedure how we can get the gauge invariant solution in the sense it satisfies the Ward-Takahashi identity. Results of the numerical analysis are shown and properties of the "gauge-invariant" solutions are discussed.

In this paper, we present, in the analysis of the HTL resummed improved ladder DS equation for the fermion mass function in thermal QED/QCD, the procedure to get the gauge invariant solution in the sense it satisfies the Ward-Takahashi identity. We firstly show that the solutions of the HTL resummed improved ladder DS equation in thermal QED/QCD suffer from the problem of gauge-parameter dependence, then solve numerically the DSE constrained to satisfy the Ward-Takahashi identity and investigate the properties of the "gauge invariant" solution. Part of the preliminary result of the analysis was already reported], showing the effectiveness of the procedure.

Results of the present analysis are summarized as follows:

(1) The solution of the HTL resummed improved ladder DS equation depends strongly on the choice of the gauge parameter within the momentum-independent gauge. This type of solution always shows the explicit contradiction with the Ward-Takahashi identity.

(2) We can determine numerically the solution that satisfies the Ward-Takahashi identity, namely the solution in which the fermion wave function renormalization constant is almost equal to unity. To get such a solution it is essential that we work in the nonlinear gauge where the gauge parameter  $\xi$  depends on the momentum of the gauge boson.

(3) The chiral phase transition in the massless thermal QED/QCD is confirmed to occur through the second order transition; a dynamical fermion mass is generated at the critical temperature or at the critical coupling constant without discontinuity.

(4) The effect of thermal fluctuation on the chiral symmetry breaking and/or restoration is smaller than that expected in the previous analysis in the Landau gauge.

2. 「Analysis of the Phase Structure of Thermal QED/QCD through the Hard Thermal Loop Improved Ladder Dyson-Schwinger Equation—On the Gauge Dependence of the Solution—」, submitted for publication.

We solved with a numerical procedure the HTL improved ladder DS equation for the retarded fermion self-energy function  $\Sigma_R$  to study the spontaneous generation of fermion mass in thermal QCD/QED, and studied the gauge-dependence of the solution within a general covariant gauge where the gauge parameter  $\xi$  being any constant number.

With the numerical solutions thus obtained, we found the followings; i) The fermion wave function renormalization function  $A(P)$  always deviates largely from unity even at the momentum where the mass is defined, thus the corresponding solutions explicitly contradict with the Ward-Takahashi identity. ii) As a result, the obtained solutions strongly depend on the choice of gauge parameters: the critical temperatures and the critical coupling constants significantly change gauge by gauge. In all gauges we studied in the present analysis, we could not find any solution, having a possibility to be consistent with the Ward-Takahashi identity. Thus we are forced to investigate the procedure to find a gauge which enables us to get a solution being consistent with the Ward-Takahashi identity, otherwise we cannot obtain any physically sensible conclusions through the analysis of the point-vertex ladder DS equation no matter how the gauge propagator gets improved.

## 謝辞

これらの仕事は、すべて、本学教養部横田浩助教授、吉田光次助教授（共に平成18年度当時）との共同研究によるものである。また、これらの仕事の一部は、平成18年度奈良大学研究助成を受けて行われた。記して感謝の意を表したい。