

## Structure of Thermal Quasi-Fermion in the QED/QCD Medium

中川 寿夫\*

Hisao NAKKAGAWA

### 1. 研究の経緯、および、目的と位置づけ

#### a) 今までの研究の流れ

宇宙の進化過程における初期宇宙の理解という理論的側面とともに、BNL-RHICやCERN-LHCの稼働に伴う実験的要請という面からも、QCD媒質の相構造や相転移機構の詳細な理解に関心が高まっている。特に近年、高温環境で実現するQuark-Gluon Plasma (QGP) は完全流体に近い媒質としての性質を示すことが明らかとなり、少なくともBNL-RHICのエネルギー領域で実現するQGPはその媒質の構成要素であるquarkとgluonが強く相互作用している、いわゆる、strongly coupled QGP (sQGP) であるという理解に至ってきた。<sup>1)</sup> 一方でQCD媒質の相構造という観点からは、「閉じ込め-非閉じ込め相転移」と「カイラル相転移」との関係について多くの議論がなされてきており、両者の相転移温度がほとんど一致している理由に関心が寄せられている。

こうした状況を受けて、QGP相におけるthermal quasi-particleの性質や振舞いを理解するとともに、そのthermal quasi-particleが閉じ込め相（あるいは、カイラル対称性の破れた相）でどのように振舞うのか、ということにも関心が持たれるようになってきた。

今迄は、QGP相におけるthermal quasi-particleの性質や振舞いは、高温領域におけるweakly coupled QGPという前提の下、硬熱ループ近似摂動計算、および、硬熱ループ予加算有効摂動理論に基づく有効1-loop計算の下で調べられてきた。<sup>2), 3)</sup> しかし上記のような状況になると、このような計算に基づく分析は、少なくともBNL-RHICのエネルギー領域で実現するsQGP媒質内のthermal quasi-particleに関してはその正当性に疑義が生じざるを得ず、thermal quasi-particleといえどもその性質については非摂動的な解析が不可避となってくる。

我々は近年、QCD媒質の相構造や相転移機構を、硬熱ループ予加算DS方程式を用いた非摂動的処方を用いて研究を行なってきているが、この研究処方の問題となっているthermal quasi-particleの分析に容易に応用できる形になっている：相構造の解析に用いる硬熱ループ予加算DS方程式において、カイラル対称性を破るc-number mass function  $C = 0$  となる解（すなわち、カイラル対称な解）を求めてその性質を調べてやればよい、というわけである。

b) 我々の研究の目的と位置付け

上記のような研究の流れの中で、thermal quasi-particle、特にそのspectral densityの構造について色々と調べられてきた。しかし研究の多くはQCD有効理論を用いた分析や、thermal gluonをmassive vector mesonで置き換えたうえでのone-loop計算に依拠した分析が主流であり、その条件下での「新たな」知見について検討したものが多かった。<sup>2)</sup>それらのなかで、Harada-Nemoto-YoshimotoによるQCDを用いたDS方程式を用いた分析<sup>3)</sup>は、我々の研究方法と類似するものであり注目されるが、彼らの処方には何点かの問題点が指摘される。まず第一に、採用したゲージがFeynman gaugeであるため得られた結果がどこまで信頼できるかという問題があること、第二に、chiral invariant mass functionのimaginary partを無視する近似の範囲内での解を分析しているため、thermal quasi-particleのdecayが考慮されていない解を解析していることになり、その結果の意味するところについて疑問があること、である。

こうした状況の下、我々はthermal quasi-fermion self-energy functionに対する硬熱ループ予加算DS方程式を書き下し、その非摂動的解を分析することで、sQGP媒質中における熱的準粒子 (thermal quasi-particle) の性質を調べることを考えた。我々の処方、これまでの研究における問題点を基本的にクリアしたものとなっている：1. QCDそのものに依拠した非摂動計算であること、2. thermal photon/gluonについてはHTL resummed propagatorを用いるとともに、thermal quasi-fermionのchiral invariant mass function、および、wave-function renormalization functionについてはそのimaginary partをきちんと取り込んで、decay processをきちんと評価していること、がそれである。その意味で、この分析によりthermal quasi-particleの基本的な性質を正しく理解できることになると考えている。

## 2. 研究成果

a) Thermal quasi-fermion self-energy function  $\Sigma_R$  に対する硬熱ループ予加算DS方程式

Quasi-fermion propagator  $S_R$  はthermal quasi-fermion self-energy function  $\Sigma_R$  を用いて

$$S_R(P) = 1 / [ \not{P} + i \epsilon \gamma^0 - \Sigma_R(P) ]$$

と表され、 $\Sigma_R$  は有限温度・密度環境下では次式の形にテンソル分解される：

$$\Sigma_R(P) = (1 - A(P)) \not{P} - B(P) \gamma^0$$

但し  $A(P)$ 、the inverse of the fermion wave function renormalization function、および、 $B(P)$ 、the chiral invariant mass function、はDS方程式で決定されるscalar invariantsである。

Photon/Gluon propagatorとして硬熱ループ予加算形（但し、longitudinal propagator に対してはinstantaneous exchange approximation を適用している）を用い、vertex function に対してtree (point) 近似を採用することで、我々はinvariant functions  $A(P)$  and  $B(P)$  に対するimproved ladder HTL resummed DS方程式を得る。この方程式は、thermal QED/QCDの相構造に関する前論文<sup>4)</sup>の方程式Eqs. (2.10 ~ 12)においてmass function  $C \equiv 0$  とおいたものそのものであるので、

そちらを参照して頂くこととしてここでは再掲しない。

以下、このDS方程式を解いて得られた結果について概略を述べる。詳細については以下のb)、c)、d) に述べるものを含め、別にまとめる本論文<sup>5)</sup>を参照して頂きたい。

b) Spectral densityの構造

まずquasi-fermion propagator  $S_R$  のspectral density の構造について述べる。

Mass function  $C \equiv 0$  の場合、解はchiral invarianceを保持するのでpropagatorを以下のように表記することができる：

$$S_R(P) = (1/2) [ (\gamma^0 - \mathbf{p}_i \gamma^i / p) (1/D_+(P)) + (\gamma^0 + \mathbf{p}_i \gamma^i / p) (1/D_-(P)) ]$$

このときspectral density  $\rho_{\pm}(P)$  は次式で与えられる：

$$\rho_{\pm}(P) = -(1/\pi) \text{Im}[1/D_{\pm}] = -(1/\pi) \text{Im}[1/\{p_0 + B(P) \mp pA(P)\}]$$

但し、 $\rho_{\pm}(P) \equiv \rho_{\pm}(p_0, \mathbf{p})$  はcharge conjugation symmetryから  $\rho_-(p_0, \mathbf{p}) = -\rho_+(-p_0, \mathbf{p})$  を満たす。このspectral density  $\rho_+(p_0, \mathbf{p})$  に対する解の典型的な構造を図1に与えておく。

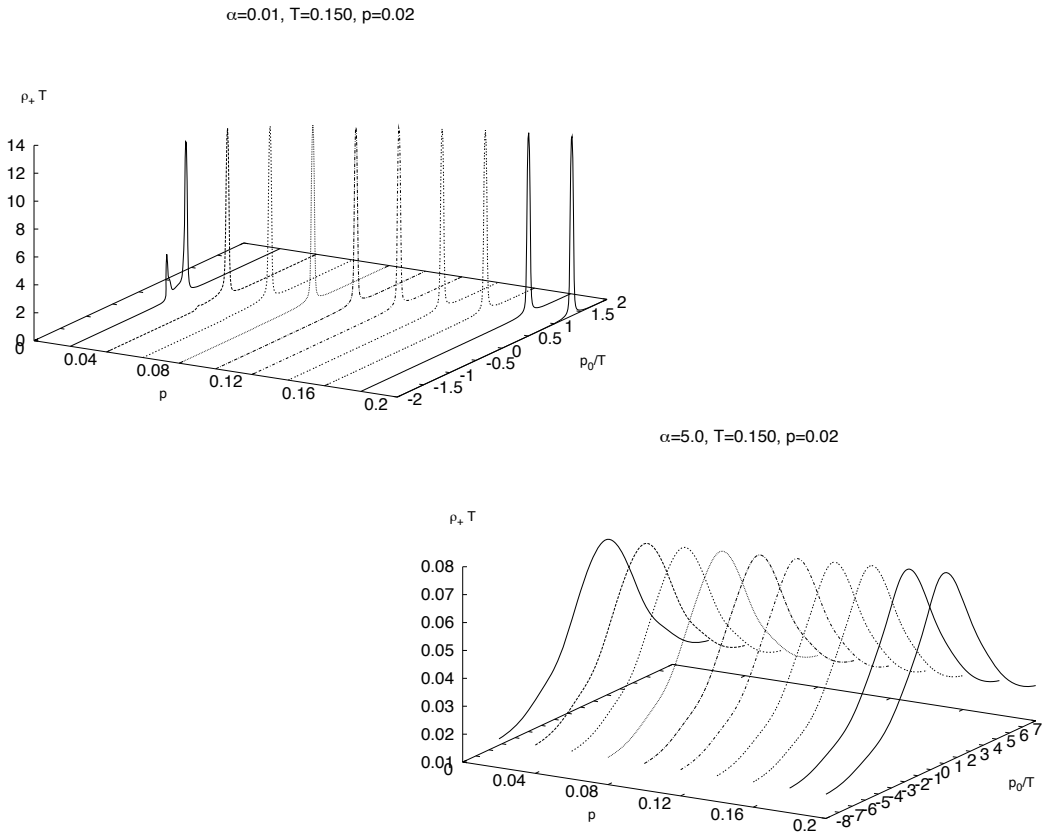


図1 Spectral density  $\rho_+(p_0, \mathbf{p})$  at small and large coupling constants.

c) Third peak problem

前記論文<sup>2)</sup>において、spectral density  $\rho_+(p_0, \mathbf{p})$ には  $p_0 = 0$  に3番目のピークが存在するはずであるということが主張された。この主張はquasi-fermionが熱場媒質中で常態的に経験する散乱過程に参与するon-shell thermal photon/gluonをon-shell massive vector (ないしはscalar) bosonで置き換えたうえで摂動の1-loop計算により得られた結果からもたらされたものである。しかし上掲の図1にはそのようなピークは現れていない。これはどのように理解すべきであろうか？

我々は以下のように考えている。

Quasi-fermionが熱場媒質中で常態的に経験する散乱過程に参与するのはchiral invariant thermal massを有するon-shell thermal photon/gluonであって、c-number mass term (これはchiral invarianceをexplicitに破るmass termである) を有するon-shell massive vector (ないしはscalar) bosonでは決してない。論文<sup>2)</sup>において示されたthermal quasi-fermion self-energy function  $\Sigma_R$  のimaginary partが $p_0 = 0$ でvanishするという事実 (これこそがspectral density  $\rho_+(p_0, \mathbf{p})$ が $p_0 = 0$ でピークを持つ理由である) は、quasi-fermionが熱場媒質中でc-number mass termを有するon-shell massive vector (ないしはscalar) bosonと散乱していることに起因している。chiral invariant thermal massを有するon-shell thermal photon/gluonと散乱する場合にはself-energy function  $\Sigma_R$  には  $O(g^2T)$  のimaginary partが発生する。この事実は硬熱ループ近似摂動計算、および、硬熱ループ予加算有効摂動理論に基づく有効1-loop計算により明らかにされている。<sup>6)</sup> この  $O(g^2T)$  のimaginary partは $p_0 = 0$ においても決してvanishすることはなく、従ってspectral densityにその点でのピークは生じない。

この考えの正当性については現在、解析計算およびSD方程式の解の分析の両面から分析検討を進めているところである。

d) Quasi-particle dispersion relation

Chiral invariant quasi-fermion propagator  $D_+(P) \equiv D_+(p_0, \mathbf{p})$  の零点

$$(p_0 = \omega_{\leftrightarrow}, \mathbf{p}) \text{ at } \text{Re}[D_+(p_0 = \omega_{\leftrightarrow}, \mathbf{p})] = 0$$

がquasi-fermionのpoleを与え、そのpoleのdispersion relationを決定する。我々の改善された梯子近似の下での硬熱ループ予加算DS方程式に基づく解析の結果を図2に与える。この図ではsmall coupling領域での結果を与えるが、その結果は硬熱ループ摂動計算に基づく結果と非常に良い一致を示している。Quasi-fermionはdefiniteなthermal mass of  $O(gT)$  を持つこと、および、collective mode plasminoのdispersion relationは $p \neq 0$  にminimumを有することがはっきりと示されている。

Intermediate and strong coupling領域でこの結果がどのように変更されるのか、という点は非常に興味深く、本論文にはその結果を提示できるよう現在解析を進めている最中であるが、thermal massの振舞いとも絡んで大変興味深い結果が得られつつある。

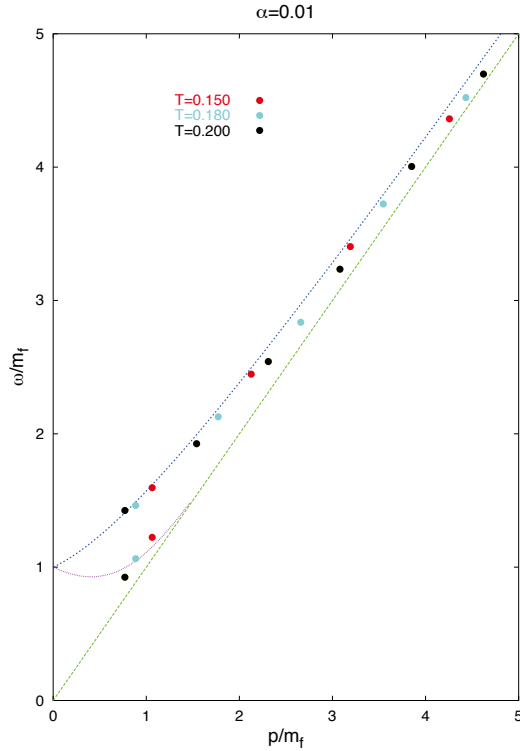


図 2 Quasi-particle dispersion relation in the small coupling region.

e) Decay rate of the quasi-particle: imaginary part of the chiral-symmetric mass function

Chiral-symmetric mass function  $B(p_0, \mathbf{p})$  のimaginary part はquasi-fermion のdecay constant と関連する量であり、硬熱ループ予加算有効摂動計算による分析が精力的に実行されてきた。<sup>6)</sup> この量がcoupling constant および媒質の温度  $T$  とともにどのように変化するのか、という点にポイントをおいて分析した。

ここでは図 3 にsmall coupling 領域での結果を与えておく。その結果はやはり硬熱ループ摂動計算に基づく結果とlog補正まで含めて良い一致を示している。Intermediate and strong coupling 領域でこの結果がどのように変更されるのか、という点はやはり非常に興味深く、現在鋭意解析を進めている最中である。

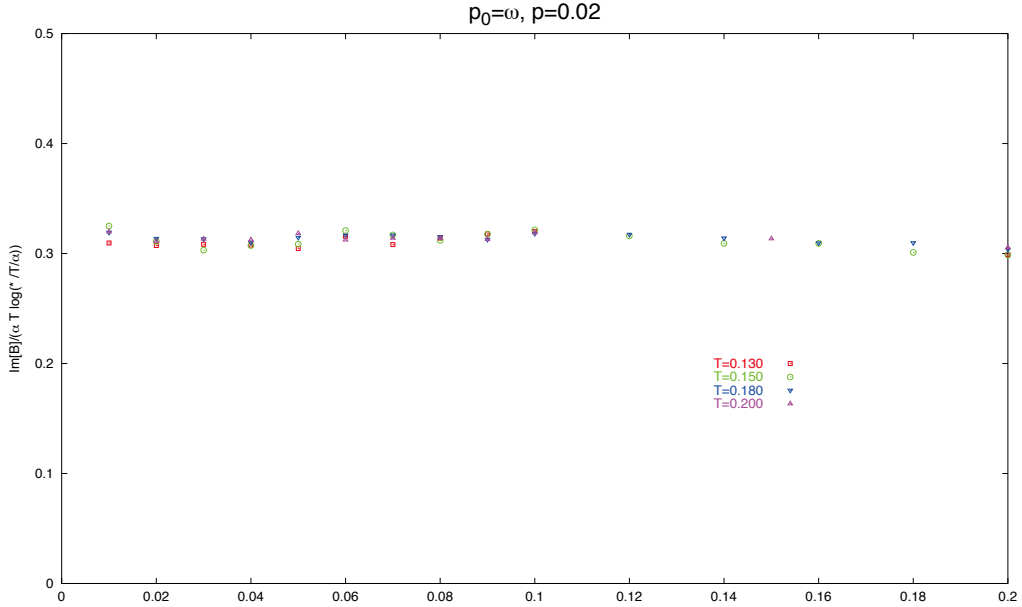


図3 Decay constant of the quasi-fermion in the small coupling region.

### 3. 議論と今後の展望

Quasi-fermionのthermal mass  $B(P)$ の振舞いに関する非摂動論的解析をself-consistentな形で実行した。Symmetric phase中でのthermal quasi-particleのchiral invariant mass termのimaginary partが、強結合領域におけるDS方程式に基づく非摂動計算においても、結合定数 $g$ および温度 $T$ の幅広い領域で、硬熱ループ近似に基づく有効摂動理論のeffective one-loop計算結果と同様 $g^2 T$  (up to logarithmic corrections) に比例することが明らかになった。この事実自体が予想外の結果であり、その意味ではthermal quasi-particleの性質や振舞が、硬熱ループ予加算有効摂動理論の低次有効摂動計算結果に基づく予想と、その理論の有効範囲を超えて、類似したものになっている可能性を示唆しているのかも知れない。

この件に関連して、thermal quasi-particleがchiral invariantなthermal massを有することに起因してspectral densityに発生すると予想されている  $p=0$  のthird peakについて、詳しい分析を進めているところである。現在までの予備的な数値解析の結果によれば、chiral invariant mass termのimaginary partの $p=0$ 近傍に発生すると考えられる(小さくない)有限値の故に、この $p=0$ のthird peakはsuppressされて(消滅して?)いるようにみえる。このimaginary partは非摂動的にも硬熱ループ効果に起因して発生するものであり、上記の結果は、thermal massではなく通常のchiral symmetryを破る質量を有するmassive quasi-particleという概念に基づいて行なった単なる摂動計算結果から得られる予想との間で大きな差異を生じることになっていると考えられる。

この概要では述べなかったが、thermal mass function  $B(P)$ は環境の温度とともにその環境中の相互作用の強さによって興味深い変化を示すことが予想される。これはmassそのもの(つまり

$B(P)$ のreal part) と同時にthermal quasi-particleのdecay constant (つまり  $B(P)$ のimaginary part) においても大きな変化があるように思われる。この点を詳しく解析することで、sQGPの性質をより詳しく理解することに努めたい。

謝辞：この仕事は平成21年度奈良大学研究助成により遂行されたものである。記して感謝の意を表したい。

## References

- 1) I. Arsene et al., Nucl. Phys. **A757**, 1 (2005);  
B. B. Back et al., Nucl. Phys. **A757**, 28 (2005);  
J. Adams et al., Nucl. Phys. **A757**, 107 (2005);  
K. Adcox et al., Nucl. Phys. **A757**, 184 (2005).
- 2) M. Kitazawa, T. Kunihiro and Y. Nemoto, Prog. Theor. Phys. **117**, 103 (2007);  
M. Kitazawa, T. Kunihiro, K. Matsutani and Y. Nemoto, Phys. Rev. **D77**, 045034 (2008);  
Masazasu Harada, and Yukio Nemoto, Phys. Rev. **D78**, 014004 (2008).
- 3) M. Harada, Y. Nemoto and S. Yoshimoto, Prog. Theor. Phys. **119**, 117 (2008).
- 4) Hisao Nakkagawa, Hiroshi Yokota and Koji Yoshida, 総合研究所所報 第18号、1 (2010).  
See, also,  
Yuko Fueki, Hisao Nakkagawa, Hiroshi Yokota and Koji Yoshida, Prog. Theor. Phys. **110**, 777 (2003);  
Hisao Nakkagawa, Hiroshi Yokota, Koji Yoshida and Yuko Fueki, Pramana—J. Phys. **60**,1029 (2003).
- 5) Hisao Nakkagawa, Hiroshi Yokota and Koji Yoshida, to appear.  
Results were briefly presented at the Workshop on the Quantum Theory of Thermal Field Theory and Their Applications, the Yukawa Institute of Theoretical Physics, Kyoto University, August 30 –September 1, 2010.
- 6) H. Arthur Weldon, Phys. Rev. **D26**, 2789 (1982);  
H. Nakkagawa, A. Niégawa and B. Pire, Phys. Lett. **B294**, 396 (1992); Mod. Phys. Lett. **A8**, 739 (1993);  
Eric Braaten and Robert D. Pisarski, Phys. Rev. **D46**, 1829 (1992);  
Robert D. Pisarski, Phys. Rev. **D47**, 5589 (1993).