最小判別情報量と空間的相互作用モデル

石　川　義　孝*

Spatial Interaction Models Based on Minimum Discrimination Information

Yoshitaka ISHIKAWA

I　はじめに

本稿は，1970年代以降次第に発展してきた，最小判別情報量と呼ばれる統計量[1]から導かれる空間的相互作用モデルの紹介を目的としている．このテーマは，空間的相互作用研究における最新の動向の一つであること，次の３つの理由がこの方法への筆者の関心を大きくしていること，が本稿作成の動機である．

第一の理由は，空間的相互作用の観測値が欠落しているさいに，この方法が，過去のデータや当該時点における限られた情報から高い精度を期待しうる推定値を生むからである．従来，空間的相互作用研究を困難にしている有力な理由の一つとして，必ずといっていいほど，その統計データの不足が指摘されてきた．筆者も，つねづねこのことを痛感してきた．しかし，上記の方法の整備は，欠損している観測値に代替しうる推定値の入手を可能にするという意味で，この状況を緩和する効用を持っている．

第二の理由は，この新しい方法がもつ動態モデルとしての意義である．空間的相互作用は人・物・情報などの空間的流動の包括的な呼称であり，地域間の機能的結びつきの変化を担っている．したがって，動態モデルというとき当然その中において空間的相互作用が大きな比重を占めていなくてはならないが，重力モデル，エントロピー・モデルなどの既往の代表的なモデルは，予測という点でこれまで十分な成功を収めていない．予測のためのいまひとつの代表的な技法であるマルコフ・モデルも，後述するように，現実にあまり合致しない仮定のゆえに，満足すべき動態モデルとはなっていない．この点，最小判別情報量に基づくモデルは，それらのモデルより優れている．

第三の理由は，空間的相互作用論の体系化への関心にかかわっている．E. L. Ullman の造語の「空間的相互作用」[2]は，今日では人・物・情報などの空間的流動現象全般をさすと考えられている．しかし，通常空間的相互作用モデルというとき，流動量が，それらの流動現象間の差異にかかわりなく，出発地の放射性，到着地の吸引性，および両地区間の分離度から説明されやすい，ということを基本的に意味するにすぎず，空間的相互作用の多様な実態に潜む相異点，さらにそれらの間の相互関係については，何も語らないのである．例えば，人口移動・買物行動・通勤などの流動パターンの形成には，人間の意志決定過程が重要な役割を果たしているが，物資流動は経済現象の一環として需給関係という要因がより重要であると考えられるから，両者は明らかに異なる側面を持っている．また，

---

* 地理学研究室（昭和59年９月19日受理）

上述の3つの人口流動さえ，同列に論ずることのできない性格のちがいを互いに有している．しかし，個別の流動現象の形成メカニズムにおけるこのような差異までも統合的に説明・分析しうる枠組は，はたして存在しないのであろうか．最小判別情報量の概念が，空間的相互作用モデルをはじめ，空間分析および人間行動分析にさいしての諸モデルを有機的に結合する統合原理として働く[3] ことは，その枠組が空間的相互作用論の体系化にむけての一視点を提供するのではないか，という期待を筆者にいだかせるのである．ただし，この点について詳説する余裕はないので，以下では，最小判別情報量から空間的相互作用モデルを誘導し，その意義を述べることに関心を限定している[4]．

Ⅱ 空間的相互作用モデルの誘導

さて，最小判別情報量は，次の離散的な情報量の測度

$$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})=\sum_i p_i \ln(p_i/q_i) \tag{1}$$

に基づいている[5]。式(1)は，事前分布$\boldsymbol{Q}$が与えられたとき，事後分布$\boldsymbol{P}$を観測することによって得られる情報量を意味している．$\boldsymbol{P}$ が $\boldsymbol{Q}$ に等しいならば，新たな情報は全く得られないことになり，$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})=0$ となる。$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ は，加法的，ピタゴラス的，非負といった特性を持っている[6]．

最小判別情報量の定式は，$\boldsymbol{P}$に関する制約条件としての既知情報，分布$\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ の合計が1, p_i, q_i は非負という条件を満たすように式(1)を最小化することによって導かれる． この$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ の最小値が，最小判別情報量 (Minimum Discrimination Information, 以下ＭＤＩと略す）と呼ばれる統計量である．これによって，$\boldsymbol{P}$についての制約条件は満足するが，$\boldsymbol{Q}$に対する$\boldsymbol{P}$の情報量$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$を最小に保つことによって，$\boldsymbol{Q}$から最も区別されにくい，すなわち$\boldsymbol{Q}$と最も近い$\boldsymbol{P}$が求められることになる．式(1)の最小化による推定値は，通常は最尤推定量であり，推定と仮説検定が同時に行なえることを意味する正規分布に，一般的に近似する．なお，本稿で扱うＭＤＩの方法は，線型制約型ＭＤＩ推定量と呼ばれる離散的モデルに属する1ケースである[7]．

さて，ＭＤＩから空間的相互作用モデルを誘導する場合，$\boldsymbol{Q}$は特定の基準期間における相互作用の分布（観測値），$\boldsymbol{P}$は推定されるべき予測期間の分布（推定値）と特定化できる．また，p_i, q_i にかえて，出発地・到着地を明示するために，p_{ij}, q_{ij} を用いる．ＭＤＩに基づく空間的相互作用モデルの考えは，基準期間，すなわち過去の特定の時期の相互作用分布を，予測期間におけるいくつかの情報（制約条件）を満足するように更新することを骨子としている．換言すれば，基準期間の相互作用分布から，制約条件を満足するような，最も出現頻度の高い予測期間の相互作用分布を求めるのである．

ここでは，基準期間の相互作用分布 q_{ij} のほかに， 予測期間における情報として，各地区からの流出総量 O_i, 各地区への流入総量 D_j, 平均流動コスト$\bar{c}$が入手できる場合を想定してみよう。既知情報は，次のように書ける．

$$q_{ij}(i, j=1, 2, \cdots, n)\ \text{既知} \tag{2}$$

$$\sum_j p_{ij}=O_i/M \tag{3}$$

$$\sum_i p_{ij}=D_j/M \tag{4}$$

$$\sum_i\sum_j p_{ij}c_{ij}=\bar{c} \tag{5}$$

ただし，Mは相互作用の総量，c_{ij} は地区 i から地区 j への流動コストである．ここで，

$$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})=\sum_i\sum_j p_{ij} \ln(p_{ij}/q_{ij}) \tag{6}$$

を制約条件(3)〜(5)を満足するように最小化するのであるが，まずラグランジュ法を用いて，

$$L=\sum_i\sum_j p_{ij}\ln(p_{ij}/q_{ij})+\sum_i\lambda_i\Big(\sum_j p_{ij}-\frac{O_i}{M}\Big)+\sum_j\mu_j\Big(\sum_i p_{ij}-\frac{D_j}{M}\Big)+\beta\Big(\sum_i\sum_j p_{ij}c_{ij}-\bar{c}\Big) \quad (7)$$

とおく．ただし，λ_i, μ_j, β は，それぞれ，制約条件(3)，(4)，(5)に関連するラグランジュ乗数である．ここで，

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ij}}=\ln\frac{p_{ij}}{q_{ij}}+\lambda_i+\mu_j+\beta c_{ij}=0 \quad (8)$$

を解くことによって，式(6)を最小化できる。その結果，次式が得られる．

$$p_{ij}=q_{ij}e^{-\lambda_i}e^{-\mu_j}e^{-\beta c_{ij}} \quad (9)$$

式(9)を式(3)，(4)に代入して，書き改めると，

$$p_{ij}=q_{ij}a_iO_ib_jD_je^{-\beta c_{ij}} \quad (10)$$

となる。ただし，a_i, b_j は均衡因子であり，

$$a_i=\Big(\sum_j q_{ij}b_jD_je^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1}$$

$$b_j=\Big(\sum_i q_{ij}a_iO_ie^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1}$$

である。$T_{ij}=Mp_{ij}$ を代入すると，

$$T_{ij}=Mq_{ij}a_iO_ib_jD_je^{-\beta c_{ij}} \quad (11)$$

が得られる。ただし，

$$a_i=\Big(M\sum_j q_{ij}b_jD_je^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1}$$

$$b_j=\Big(M\sum_i q_{ij}a_iO_ie^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1}$$

である．式(11)は，二重制約型モデルとしてなじみ深いものである．均衡因子 a_i, b_j とパラメータ β は，収束計算により求められる．

ただし，ＭＤＩから導かれた空間的相互作用モデルにおいては，β はエントロピー・モデルの場合とは異なった解釈がされることに注意すべきである．すなわち，β は距離の摩擦効果を示すのではなく，基準期間から予測期間までのシステム全体における同効果の変化を反映すると考えられている[8]．つまり，β が正のときには摩擦効果が強まり，負のときにはそれが弱まる，とみなすのである[9]．

上の例では，基準期間の相互作用の観測値(2)に加えて，予測期間について式(3)，(4)，(5)の３つの情報が得られるとしたが，これらの情報の組み合わせによって，多様なモデルが誘導できる．もし，(2)，(3)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}a_iO_i \qquad \text{ただし，} a_i=\Big(\sum_j q_{ij}\Big)^{-1} \quad (12)$$

(2)，(4)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}b_jD_j \qquad \text{ただし，} b_j=\Big(\sum_i q_{ij}\Big)^{-1} \quad (13)$$

(2)，(5)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}e^{-\beta c_{ij}} \quad (14)$$

というモデルが導かれる。また，(2)，(3)，(5)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}a_iO_ie^{-\beta c_{ij}} \qquad \text{ただし，} a_i=\Big(\sum_j q_{ij}e^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1} \quad (15)$$

(2)，(4)，(5)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}b_jD_je^{-\beta c_{ij}} \qquad \text{ただし，} b_j=\Big(\sum_i q_{ij}e^{-\beta c_{ij}}\Big)^{-1} \quad (16)$$

(2)，(3)，(4)が得られれば，

$$p_{ij}=q_{ij}a_iO_ib_jD_j \qquad \text{ただし，} a_i=\Big(\sum_j q_{ij}b_jD_j\Big)^{-1},\ b_j=\Big(\sum_i q_{ij}a_iO_i\Big)^{-1} \quad (17)$$

というモデルが導かれる．ただ，式(3)〜(5)の３つの情報のうち，式(5)の平均流動コストは，予測期間に相互作用の観測値が欠落しているかぎり一般的に得難く，その場合には距離変数を含むモデルを導けない。しかし，F. Snickars and J. W. Weibull[10]は，ストックホルムの通勤データの分析から式(10)のモデルと式(17)に近似するフレーター・モデル[11]の間には，適合度のうえでわずかな差しかないことを報告しているので，これらの方法が代替的に試みられていいかもしれない．

さらに，新たな制約条件が加われば，それがモデルの右辺に追加されることになる．例えば，D. A. Plane は，q_{ij} と式(5)のほかに，予測期間における各地区の純流動が既知のさいのモデルも展開している[12]．また，M. Batty and L. March は，流動の頻度分布の分散を制約条件とする発生制約型モデルを，トロント地域の住宅立地に適用している[13]．このように，既知の情報にそくして，モデルの定式を自在に変えることのできる柔軟性が，このアプローチのくずれている点の一つである。さらに，空間的相互作用モデル族[14]との関連でいうと，式(11)において，$a_i=b_j=1$ のとき無制約型モデル，a_i あるいは b_j の一方が１に等しいとき一重制約型モデルとなるので，ＭＤＩからのモデルの方が空間的相互作用モデル族より一般的であるといえる．

Ⅲ 複数基準期間モデルへの拡張

前章でとりあげた諸モデルは，いずれも過去の特定の一時期を基準期間としている．しかし，もし過去において複数の時期の相互作用分布が観測値として入手できるならば，事前情報がそれだけ豊富になりより正確な予測が可能となるはずである．

いま，事前情報として $\boldsymbol{Q}^{00}$ と $\boldsymbol{Q}^{0}$ の２期間の相互作用行列が利用できるとしよう．ただし，$\boldsymbol{Q}^{00}$ が $\boldsymbol{Q}^{0}$ より過去にあるものとする．問題は，この２期間にわたるデータからいかに $I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ に使われる事前分布 $\boldsymbol{Q}$ を求めるかであるが，Plane は

$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{0}+Z(\boldsymbol{Q}^{0}-\boldsymbol{Q}^{00}) \tag{17}$$

という方法を提案している[15]．なお，Zは推定されるべきパラメータで，第一次傾向係数 (first-order trend coefficient) と呼ばれている。$Z=0$ のときが既に扱った基準期間が単一の場合であり，$Z=-0.5$ のときには $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{0}-0.5(\boldsymbol{Q}^{0}-\boldsymbol{Q}^{00})=0.5(\boldsymbol{Q}^{0}+\boldsymbol{Q}^{00})$ となり，$\boldsymbol{Q}^{0}$ と $\boldsymbol{Q}^{00}$ の平均が事前分布となる．さらに，$Z=1$ のときには，$\boldsymbol{Q}^{00}$ と $\boldsymbol{Q}^{0}$ を直線的に補外した分布が $\boldsymbol{Q}$ となる．この方法の利点は，あらかじめ Z を固定する必要のないことである。

彼は，式(11)の二重制約型モデルに基づき，$\boldsymbol{Q}^{00}$，$\boldsymbol{Q}^{0}$ として1975—76年，1976—77年における米国州間人口移動データを使用して，1978—79年における $\boldsymbol{P}$ を得るための Z を求めるべく反復計算を試みている．Z の変化に応じて $I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ は凹型の二次曲線を描いており，$Z=0.37$ のとき $I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ が最小値をとっている．この $\boldsymbol{P}$ と予測期間において入手できる観測値の適合度を検討すると，複数基準期間を用いた方が $\boldsymbol{Q}^{0}$ のみから $\boldsymbol{Q}$ を求める単一基準期間の場合よりすぐれている，と報告している．

D.C. Knudsen は，これを事前情報として９時期の相互作用分布を考慮するケースに拡張し，1972〜81年における米国の州間物資流動（ただし，食料品，パルプ・紙，化学製品，一次金属，輸送機械の５品目）を分析している[16]．その結果，事前分布を単一期間より複数期間から複合的に求めた方が $\boldsymbol{P}$ の適合度は良好になるが，その差はわずかであること，Z の反復計算法は算出に時間がかかること，さらにこの算出法と $Z=$（考慮した過去の期間数)$^{-1}$ とする簡便法との適合度上の差はわずかであること，などの知見を得ている．

IV　既往のモデルとの比較

さて，MDIから導かれるモデルを，これまで空間的相互作用の分析に伝統的に使われてきた，マルコフ・モデルやエントロピー・モデルと比較したさい，いかなる点がすぐれているだろうか[17]．

まず，マルコフ・モデルでは，多くの場合前提とされる推移確率行列一定という仮定が現実的にはほとんど満たされないし，それに代替すべきモデルもまだ確立されていない．さらに，推移確率行列が特定の地区からの流出合計を1として求められることは，このモデルの集中制約的性格を物語るもので，出発地の相対的規模は考慮の外にある。MDIに基づくモデルは，推移確率不変という前提に直接ふれることなく，その変化が予測期間の制約条件に反映しているとする見方をとっており，さらに基準期間・予測期間の相互作用の総量を1とする確率分布に基づいているために，これらの欠点から免れている．

一方，エントロピー・モデルとMDIから導かれるモデルは，その誘導過程[18]が近似することからもうかがわれるように，基本的な考え方のうえで共通する部分が少なくない[19]．しかし，後者が前者に対してすぐれている点として，以下の諸点をあげることができるであろう．

まず，エントロピー・モデルはMDIに基づくモデルの中の1特殊ケースと位置づけられることである。このことは，既に第II章において，具体的な定式にそくして言及したが，ここでは別の側面から述べてみたい．エントロピー・モデルは，制約条件を満足するような次のエントロピー関数を最大化することによって求められる．

$$H(\boldsymbol{P}) = -\sum_i\sum_j p_{ij}\ln p_{ij} \tag{18}$$

ここで，もし $q_{ij}=1/n^2$ ならば，$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ の最小化と $H(\boldsymbol{P})$ の最大化が同時に達成される．これを式の形で示すと，

$$\begin{aligned} I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q}) &= \sum_i\sum_j p_{ij}\ln(p_{ij}/q_{ij}) \\ &= \sum_i\sum_j p_{ij}\ln(p_{ij}n^2) \\ &= \sum_i\sum_j p_{ij}\ln p_{ij}+\ln n^2 \\ &= -H(\boldsymbol{P})+\text{定数} \end{aligned} \tag{19}$$

となる．上式は，エントロピー・モデルが，MDIモデルの中の，事前に相互作用分布について何の情報もなく，それゆえ q_{ij} について一様分布を仮定する，という特殊な場合に導かれることを意味している[20]．

予測目的へのモデルの利用という点に関しては，エントロピー・モデルは，通常特定の時の断面における相互作用だけを扱う．このモデルを予測に使うためには，t 時点の β 推定値を $t+1$ 時点でも採用するか，あるいはいくつかの独立変数から $t+1$ 時点の β 推定値を回帰分析などによって外生的に求める，といった苦しい操作をせざるをえない．このモデルが元来もっている，過去の相互作用分布を考慮しないというクロス・セクショナルな性格が，充分な予測を難しくしていると言えるかもしれない．

また，エントロピー・モデルは物理学の一分野である統計力学の考えの類推に支えられているが，ミクロ状態がマクロ状態にグループ化されるさいの規則が，気体の分子運動より複雑な社会現象に容易に拡張されるという保証はない．その点，MDIモデルの柔軟性・一般性は魅力的である．この新しい空間的相互作用モデルはその理論的基盤が統計的情報理論にあり，古典的な重力モデル以来研究者を萎縮させてきた，物理学のアナロジーから解放されていることにも留意すべきである．

さらに，空間的相互作用の観測値とモデルからの推定値の適合度検定にさいして，エントロピー・モデルは満足すべき統計量を持っていない。このことと，相互作用データの適合度の有意性検定法が今日なお充分には確立されていないこととが無関係とは思われない。適合度検定を可能にする測度は，モデリングの誤まりやサンプリングの誤差を検討するさいに，是非必要である。MDＩに基づく相互作用モデルは，$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ が $\boldsymbol{P}$ と $\boldsymbol{Q}$ の間の「ずれ」の一般的な測度とみなされるために，$\boldsymbol{P}$ と $\boldsymbol{Q}$ の有意差検定が容易に行なえるという利点を持っている。すなわち，Xを基準期間の相互作用総数とすると，$2XI(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ の分布は，帰無仮説 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{Q}$ において χ^2 分布に近似する[21]。ただし，自由度＝(p_{ij}の 個数)－(線型独立的な制約条件の数) である．例えば，式(10)の二重制約モデルを用い，自地区内流動を考慮する場合は (n^2-2n+1)，考慮しない場合は (n^2-3n+1) となる[22]．

最後に，エントロピー・モデルは，特定の時点の相互作用を説明するさい，通常観測データから制約条件となる O_i，D_j を求める。説明変数は被説明変数より時間的に先行すべきなのに，この操作は前者を後者から得ることを意味し，トートロジーの観がある[23]．一方，過去の相互作用分布をベースにして，それ以降の制約条件を満たすように，新たな相互作用分布を求めるというMDＩの考えは，論理的に妥当であると思われる．

以上のようなMDＩモデルの長所は，推定値の予測度にも反映している．予測期間においても相互作用の観測値が入手できるデータを用いて，適合度を検討している例はいくつかあるが，ここでは Plane の報告[24]だけを紹介しておこう．彼は，1975～76年の米国の人口移動を基準期間の観測値とし，1978～79年の式(3)～(5)を既知として，式(11)の二重制約型モデルの有効性を検討した。そして，平均相対誤差

$$\phi=\frac{100}{M}\sum_i\sum_j|T_{ij}-\hat{T}_{ij}| \tag{20}$$

を適合度の指標として，$\phi=7.4\%$ という結果を得ている．ただし，ここで T_{ij} は1978―79年の観測値，$\hat{T}_{ij}$ は推定値である。これに対し，マルコフ・モデル，エントロピー・モデルのそれは，それぞれ13.1%，45.8%であった．

V　む　す　び

以上，近年注目を集めているMDＩに基づく空間的相互作用モデルについて紹介した．既応のモデル，特にエントロピー・モデルと比較したさいの長所については，すでに前章で述べたので，ここではくり返さない．

さて，このモデルを空間的相互作用の分析に実際に利用しようとするとき，過去の少くとも１時期における相互作用データの観測値が不可欠である。この点の確認と，制約条件として働く情報の入手が，まずなされねばならない。ただ，従来の空間的相互作用研究は，具体的な現象としては人口の流動を扱うことに偏っており，物流・情報流など他領域からの知見は必ずしも多くない．そのため，空間的相互作用の全領域を視圏に入れようとするときには，できるだけ多様なデータの収集が望ましい．その作業は，D. Thompson [25] が米国において行なった相互作用データの整理の日本版といった性格をおびるであろう．

ところで，空間的相互作用の研究史からいうと，A. G. Wilson 業績[26]は，古典的重力モデルの問題点のいくつかを克服し，それを１特殊ケースとするモデル族を導き，さらにそこに理論的基盤を付与する，という大きな意義を持っていた．しかし，ここ10数年来の研究の進展は，それさえも特殊ケースとする，より一般的で柔軟な枠組を生み出すに至っている．この文脈からみるとき，空間的相互作用モデルをはじめとする諸モデルの統合原

理の役割を果たすMDIへの大きな期待が，これに関心を持つ研究者の文献から感じられるのは，当然といえるかもしれない．

ただ，MDIに基づく空間的相互作用モデルの歴史はきわめて新しく，関係論文はなおその効用の強調を基調としている．現段階では経験的分析といっても，$\boldsymbol{P}$と観測データの適合度の高さを確認する，といった域を大きく出ていない．また，このモデルをめぐる問題点の整理も，まだほとんど手がつけられていない．したがって，筆者にとっての次の課題は，まず人・物・情報にわたるわが国における多種の相互作用データを用いて，その経験的な利用可能性を確認・拡大することである．

〔付記〕本稿作成にあたり，筆者の疑問に親切にお答えいただいた米国インディアナ大学地理学教室の K. E. Haynes 教授と D. C. Knudsen 助教授，ならびに関係文献をお送りいただいたアメリカ市場調査会社の F. Y. Phillips 氏に，お礼を申し上げます．

注

1）これに関連する統計的情報理論の展開については，エントロピー概念の多元的な発展を追跡した論文 Haynes, K. E., Phillips, F. Y. and Mohrfeld, J. W. (1980): The entropies: some roots of ambiguity, *Socio-Economic Planning Sciences*, 14, pp. 137–145. の中にまとめられている．

2）Ullman, E. L. (1980): *Geography as Spatial Interaction*, edited by Boyce, R. R., University of Washington Press, pp. 13–27. なお，同書のこの部分は，もともと1954年に書かれている．

3）Haynes, K. E. and Phillips, F. Y. (1982): Constrained minimum discrimination information: a unifying tool for modeling spatial and individual choice behavior, *Environment and Planning A*, 14, pp. 1341–1354. なお，一般的場理論に立脚して，相互作用パターンと社会・経済的特性の関係を検討するアプローチも，一定の有効性を持っていると思われる．

4）なお，この動向とは独立的に，W. Alonso も流動現象についての包括的なモデルを展開している．Alonso, W. (1978): A theory of movements, in Hansen, N. M. ed.: *Human Settlement Systems: International Perspectives on Structure, Change and Public Policy*, Ballinger, pp. 197–211.

5）$I(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q})$ には，獲得情報量 (information gain)，エントロピー距離 (entropy distance)，平均情報量 (mean information) などの様々の呼び方がある．Ayeni, B. (1982): The testing of hypotheses on interaction data matrices, *Geographical Analysis*, 14, pp. 79–84.

6）Phillips, F. Y. (1981): *A Guide to M. D. I. Statistics for Planning and Management Model Building*, The Institute for Constructive Capitalism, The University of Texas at Austin, Technical Series 4, pp. 7.

7）前掲3）．なお，MDI概念の空間的相互作用への適用という点では，Charnes, A., Raike, W. M. and Bettinger, C. O. (1972): An extremal and information-theoretic characterization of some interzonal transfer models, *Socio-Economic Planning Sciences*, 6, pp. 531–537, Batty, M. and March, L. (1976): The method of residues in urban modelling, *Environment and Planning A*, 8, pp. 189–214, Charnes, A., Haynes, K. E. and Phillips, F. Y. (1976): A "generalized distance" estimation procedure for intra-urban interaction, *Geographical Analysis*, 8, pp. 289–294, Snickars, F. and Weibull, J. W. (1977): A minimum information principle: theory and practice, *Regional Science and Urban Economics*, 7, pp. 137–168. などが早い時期の研究と思われる．

8）Plane, D. A. (1981): Estimation of place-to-place migration flows from net migration totals: a minimum information approach, *International Regional Science Review*, 6, pp. 33–51.

9）すなわち，このβ推定値は，2時点にエントロピー・モデルを個別に適用したさいの，2つの距

離パラメータ推定値の差に等しい，とみなされる．しかし，2時点の相互作用の観測値を用いてこの点を経験的に検討しても，両者は必ずしも等しくならないという（米国インディアナ大学 D. C. Knudsen 助教授からの御教示による）．したがって，時系列の相互作用データが入手可能ならば，各時点の β の推定値が，その直前の時点の推定値といかなる関数関係を示すかを知ることが重要である．

10) Snickars, F. and Weibull, J. W.: 前掲7)．

11) 交通計画の分野で多用されてきたモデルで，成長要因法とも呼ばれるらしい． Fratar, T. J. (1954): Vehicular trip distribution by successive approximations, *Traffic Quarterly*, 8, pp. 53–65. 基準期間の相互作用行列に，既に距離減衰傾向が内蔵されているので，それ以降距離関係の大きな変化がない限り，予測期間に独自に距離変数を用意する必要が小さいことを暗示していよう．

12) 前掲8）および Plane, D. A. (1982): An information theoretic approach to the estimation of migration flows, *Journal of Regional Science*, 22, pp. 441–456.

13) 前掲7)．

14) Wilson, A. G. (1971): A family of spatial interaction models, and associated developments, *Environment and Planning*, 3, pp. 1–32.

15) Plane, D. A. (1982): 前掲12)．

16) Knudsen, D. C. (1983): An analysis of temporal evolution in a spatial interaction system: a reexamination of U. S. commodity flows, presented at the Annual Meeting of the Association of American Geographers at Denver, Colorado.

17) なお，ニュートンの引力法則に基づく古典的な重力モデルも従来多く用いられてきたが，エントロピー・モデルの一特殊ケースとみなされ，問題もそれによってある程度解消されているので，ここではふれないことにする．この点については，Senior, M. L. (1979): From gravity modelling to entropy maximizing: a pedagogic guide, *Progress in Human Geography*, 3, pp. 175–210, 杉浦芳夫「空間的相互作用モデルの近年の展開——重力モデルからエントロピー最大化型モデルへ——」（野上道男編著『数理地理学演習』古今書院，近刊予定）所収，を参照されたい．

18) エントロピー・モデルの誘導については，例えば，高阪宏行（1979）「空間的相互作用モデルとその展開」人文地理学研究3，pp. 1–13. を参照されたい．

19) Phillips, F., White, G. M. and Haynes, K. E. (1976): Extremal approaches to estimating spatial interaction, *Geographical Analysis*, 8, pp. 185–200. は，A. G. Wilson のエントロピー最大化法と A. Charnes, W. M. Raike および C. O. Bettinger（前掲7）の情報最小化アプローチが異なった基本的仮定を持ち，異なった相互作用の推定値を生むにもかかわらず，定式的には類似しており，推定手続き上も親密な結びつきのあることを指摘している．

20) 前掲3), pp. 1348.

21) 予測期間に相互作用の観測値が入手できるなら，同じ方法でそれと $\boldsymbol{P}$ の有意差検定も可能である．

22) Ayeni, B.: 前掲5）および Phillips, F. Y.: 前掲6), pp. 10.

23) Sayer, R. A. (1976): A critique of urban modelling: from regional science to urban and regional political economy, *Progress in Planning*, 6, pp. 187–254.

24) Plane, D. A. (1982): 前掲12)．

25) Thompson, D. (1974): Spatial interaction data, *Annals of the Association of American Geographers*, 64, pp. 560–575.

26) Wilson, A. G. (1970): *Entropy in Urban and Regional Modelling*, Pion, 166p.

Summary

The purpose of this paper is to review spatial interaction models derived from minimum discrimination information (MDI). The author's interest in this new method is based on its excellence in estimating missing spatial interaction matrices, its superiority as a forecasting tool and his expectation of its ability to systematize spatial interaction studies. In the second chapter basic idea of MDI is briefly introduced and then a variety of spatial interaction models is derived. The third chapter is devoted to the extended multiple base-year model. In the fourth chapter the relative merits of MDI models and traditional models concerned with spatial interaction, such as Markov model and entropy-maximizing model, are discussed.