

# 相対論的質量という概念は不要である

横 田 浩\*

## “Relativistic” Mass : An Unnecessary Concept

Hiroshi YOKOTA

### 要 旨

GPS での時間のずれの補正のために相対論の効果を考慮しなければならない。そのような（特殊）相対性理論を解説する書籍等の中では、「速度が増すと質量が増加する」とか「質量が増加するため加速しにくくなり、光速を超えることができない」などの説明がされている。速度により変化する質量は「相対論的質量」と呼ばれている。しかし、このような説明は誤解を招き、混乱を生じさせるものである。本稿では、「相対論的質量」を用いずに説明し、本来の特殊相対性理論の要請を満たすためにも、「相対論的質量」の概念を導入すべきではないことを主張する。

【キーワード】 相対論的質量、4 元運動量ベクトル、ローレンツ共変性

### I. はじめに

身の回りのものには様々な「物理」が利用されている。例えば、現代の生活に欠かせないものになっている GPS の位置測定においては、時間のずれを補正するために相対性理論の効果を考慮しなければならない。本稿では、その 1 つである特殊相対性理論の啓蒙書等における表現による誤解や混乱について検討する。

相対性理論そのものを詳しく知らなくても、「高速で移動する物体は収縮してみえる」や「高速で移動するロケット内の時間は遅れる」などはよく知られている。さらに、「ウラシマ効果」、「双子のパラドックス」、「ブラックホール」などの用語は、ドラマやアニメ等に登場することもある。啓蒙書<sup>1)-7)</sup>や NHK などの科学番組<sup>8), 9)</sup>でも取り上げられることも多い。物体の収縮や時間の遅れに関しては、啓蒙書等の説明でも混乱はほとんどない。

ところが、「質量の増加」に関しては、読者を混乱させる説明（記述）が多い。さらに、「非常に高速で移動するロケットからみると太陽はブラックホールになる」というような誤解を生んでいるとの指摘もある<sup>10), 11)</sup>。啓蒙書等<sup>1), 2), 4)-8)</sup>に限らず、大学のテキスト等を想定している書籍<sup>12)-14)</sup>でも、質量の増加に関する記述がある。また、増加するとの記述はないが、質量が速度に依存することを記述している書籍も多い<sup>3), 15), 16)</sup>。高校の教科書にも「光速度  $c$  に近い速さで移動してい

平成 29 年 9 月 11 日受理 \*教養部 教授

る物体の質量は静止している場合よりも増加する」という記述がある<sup>17)</sup>。

この「質量の増加」に関しては、以前から“論争”がある<sup>11), 18)</sup>。相対性理論が間違っているという論争ではなく、解釈の問題であるとも言える。しかし、相対性理論に興味を持ち理解しようとする専門家でない人たちへの混乱や誤解をなくすことは、啓蒙の観点からも重要であると考えられる。

本稿では、「速度が増すと質量が増加する」ことに関連する現象は「相対論的質量」の概念を導入せずに説明できることを述べ、さらに、特殊相対論の要請を満たす量ではないので、混乱を避けるためにも導入すべきでないことを主張する。なお、ここで述べるいくつかの内容は、文献(10), (11), (18), (19)の中でも説明されている。しかしながら、コメント程度の記述や定性的な説明であるため説明が十分とは言えない。また、これらの問題全体を通した説明が不十分である。本稿では、その点を特に中心的に検討を行う。

## II. 質量が増加するとの立場からの説明

この章では、質量が増加するとの立場からの説明をまとめ、簡単なコメントを与える。これらに対する詳細な検討はIII章で行う。

### 1. 質量の増加および加速度の減少に関する記述

最初に、質量の増加に関する記述を取り上げる。

(説明1) 光速に近づくほど質量が増加する

(説明2) 光速に近づくほど質量が増加するため、加速度は減少する

(説明3) 質量が無限大になるため、光速を超えられない

これらに関しては、多くの記述がある。例えば、

力を加えているのに、たいして加速しないのは『質量が増えて、力の効果を打ち消しているから』と考えるしかなさそう。<sup>1), 2)</sup>

正確にいえば、速度が上がると、宇宙船は動かしにくくなります。加速や減速、進行方向を変えるなどの動作を行うのがたいへんになるということです。重い(質量が大きい)ものほど動かしにくいですから、高速で動く宇宙船は、まるで重く(質量が大き)くなったように見えるわけです。<sup>5)</sup>

加速に対して抵抗するのは、その質量。重い物体を加速するには膨大なエネルギーを必要とする。つまり、物体を光速近くまで加速しようとするれば、「物体は無限に重くなる」ということを理論は示した。<sup>6)</sup>

光速に近づくにつれて物体はグッと加速されにくくなるのです。(中略) このように、どんなに物体に力を加え続けたとしても決して光速を超えて動くようにはならないのです。<sup>7)</sup>

(特殊) 相対性理論において、質量  $m$  の物体が、速さ  $v$  で運動しているときの運動量  $p$  は

$$p = m\gamma v, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$$

で与えられる。ここで、

$$m(v) = m\gamma \quad (2)$$

とすれば、 $p = m(v)v$  と、ニュートン力学での関係式  $p = mv$  と同じ形になる。このとき、 $m(v)$  を相対論的質量と呼ぶ。さらに、 $m(v)$  を質量と呼び  $m$  で、 $m(v=0)$  を静止質量と呼び  $m_0$  と表わすことも多い(むしろ、こちらの方が多い)。式(2)から  $v \rightarrow c$  のとき、 $m(v) \rightarrow \infty$  となるので、光速に近づくほど質量が増加するという説明がなされる。

さらに、(説明2)では、光速に近づくほど加速しにくくなる(速さの増加が緩やかになる)理由を、質量の増加によるものとしている。運動方程式は

$$F = ma \quad (3)$$

であるから、 $m \rightarrow \infty$  となれば、 $a \rightarrow 0$  とならなければならない、という説明である。

しかしながら、加速度が減少する(減少して見える)ことは、相対論的質量を用いなくても、時間の遅れによっても説明できる<sup>11)</sup>。ただし、この説明だけでは、質量の増加を考えなくてよいとするのには説明不足である。もし、時間の遅れで  $a \rightarrow 0$  を説明すると、このことから逆に  $m \rightarrow \infty$  となるのではないかという疑問が生じてしまう。実際、以下のような記述がある(速度の変化が加速度であり、運動量の変化が力である)。

運動量保存の法則は物理法則なので、相対性理論によれば、二つの時計の座標系について同じでなければならない。

球の衝突を二つの座標系から見てみよう。二つの座標系では、時間の経過の仕方は違うので、球の速度変化は異なって見えるであろう。しかし、運動量の変化は同じでなければならない。運動量は 質量×速度 であるから、この二つの座標系で同じ球の質量は違って見えることを意味している。<sup>15)</sup>

なお、いくつかの書籍<sup>1), 4), 14), 16)</sup>は「ブッヘラー(ブッヘレル)の実験」が紹介されていて、これが相対論的質量の正当性の根拠ともなっている。この実験では磁場や電場をかけることによって運動量やエネルギーなどと速さの関係を与えたものである。これから、比  $m(v)/m = \gamma$  と速さ

$v$  の関係を与えている。

第三章で、(1) 加速度が減少して見えるのは質量の増加によるものではなく、時間の遅れで説明できることを定量的に述べる。(2) 一方、加速度が減少が質量の増加を与えるものではないことを、相対性理論の要請（物理法則のローレンツ変換での共変性）を考慮することによって説明する。

## 2. 質量とエネルギーに関する記述

次に、質量とエネルギーに関する記述を取り上げる。

(説明4) 質量とエネルギーは同じものである

運動量 (1) と同様に、エネルギー  $E$  は

$$E = m\gamma c^2 \quad (4)$$

と表される。ここで、式 (2) を用いると、 $E = m(v)c^2$  と書くことができ、質量とエネルギーは同じものであると主張されている。本稿では、質量がエネルギーの一形態という意味ではなく、全エネルギーが質量と同じという意味での使用を問題にしている。

(説明5) 速度ではなく質量の形でエネルギーをためこんでいる

光速の 99% まで加速した電子 A と光速の 99.9% まで加速した電子 B を壁にぶつける。このとき、衝撃のエネルギーは電子 B の方が電子 A の約 3.5 倍である。速度が  $0.001c$  しか違わないのに、衝撃が約 3.5 倍も異なるので、速度ではなく質量の形でエネルギーをためこんでいる。<sup>1)</sup>

(説明6) 加速に使われなかったエネルギーはどこに消えたのか？

エネルギーを与えて加速する場合、止まっている電子にエネルギー  $E$  を与えて光速の 86.6% まで加速する。ところが、さらに同じエネルギーを与えても光速の 7.7% しか加速できない。さらに同じエネルギーを与えていっても加速量は光速の 2.5%、1.2%、…と減っていく。加速に使われなかったエネルギーはどこに消えたのか。それは、質量の増加分に費やされた。<sup>1), 2)</sup>

加速しなくなるということは、運動エネルギーが増えないということです（中略）物体が速くなるとほとんど加速されなくなる代わりに、質量がどんどん増加していくことに注意しなければなりません。<sup>7)</sup>

Ⅲ章で、これらも（速度に依存する）質量を考えるのではなく、運動量や運動エネルギーの増加として解釈する方が自然であることを述べる。

### 3. 質量と重力（万有引力）に関する記述

最後に、質量と重力に関する記述を取り上げる。この場合の質量は、これまでの慣性質量ではなく、重力質量である。速度とともに増加する「相対論的質量」と重力の関係を述べた文献は少ない。

#### （説明7）速く動くと、重力も強くなる

物体が高速で移動すると、確かに周囲に働く重力も強くなります。（中略）

重力の強さも見る立場によって変わります。並んで進む宇宙船にしてみれば、相手は止まっているわけですから、重力は静止しているときに比べて、まったく強くなっていません。一方、静止している宇宙船から高速で進む2機を見れば、宇宙船が周囲に及ぼす重力は強くなっており、2機が引き合う力は強くなっています。ただし、同時に2機は非常に動かしにくくなっているわけですから、容易に接近しません。結局、静止しているときの近づきやすさと変わらないわけです。<sup>5)</sup>

重力質量も慣性質量と同じく物体の速さとともに増すことを説明しよう。<sup>14)</sup>

上記の説明では「はじめに」で述べたように、光速に近い速さの宇宙船から見れば、太陽でもブラックホールになるような誤解を与えることになる。しかし、この問題（誤解）に対する説明は文献5) および14) のいずれにもない。

## Ⅲ. 相対論的質量を用いない説明

### 1. 加速度の減少と時間の遅れ

慣性系  $K'$  に対して静止している物体に  $x'$  軸および  $y'$  軸の正の向きに  $F'$  の力を加えることで物体を加速する場合を考える（慣性系  $K$  と  $K'$  では  $x$  軸・ $x'$  軸は一致しており、その正の向きに相対速度  $v$  で移動しているものとする：附録1の図1を参照）。このためには、速度の合成則から加速度を計算すればよい。具体的な計算は、附録1で与えることとし結果のみを記すと、慣性系  $K$  と慣性系  $K'$  で見た加速度の間には、

$$a_x = \gamma^{-3} a'_x = (1 - \beta^2)^{3/2} a'_x \quad (5)$$

$$a_y = \gamma^{-2} a'_y = (1 - \beta^2) a'_y \quad (6)$$

の関係がある。 $v \rightarrow c$  ( $\beta \rightarrow 1$ ) のとき、加速度は減少して見える。光速に近づくほど時間は遅く

なる。すなわち、同じ速度の変化を与えるのにかかる時間が長くなるのであるから、加速度が小さくなる、と説明することができる。むしろ、加速度は、距離と時間に関する物理量であるので、時間による説明の方が分かりやすい。文献 11) でも、質量の増加ではなく、時間の遅れで説明できるとしている。

「力を加えて光速に近づくほど時間が遅くなってみえるため、あまり加速したように見えない」というべきである。「速度が遅いときは、例えば 1 秒ですむ速さの増加分が、光速に近づくとも 1000 秒もかかってしまうため加速しにくくなったように見える」という説明の方が分かりやすいのではないだろうか？

さらに、よく知られているように合成された速さは常に光速以下になる。合成則は物体の質量によらない関係式であるから、質量が増加するから光速を超えることができないという表現は正確ではない。

また、相対論的質量を用いなくても、速さ  $v$  が光速  $c$  を超えないことを説明できる。式 (4) より

$$v = c \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{E^2}} \quad (4')$$

だから、 $m \neq 0$  のとき、常に  $v < c$  である。エネルギー  $E$  を限りなく増加させても、速さ  $v$  は光速  $c$  に限りなく近づくが、到達することも、超えることもできないことが分かる。一方、 $m = 0$  のときは、エネルギー  $E$  に関係なく、常に光速  $v = c$  となることも理解しやすい。

## 2. 加速度と質量

加速度が減少することと質量の“増加”について検討するために、運動方程式を考える。

慣性系  $K'$  から見て静止している質量  $m$  の物体に、相対速度と同じ向きに力  $F'_x$  を加えて、 $a'_x$  の加速度が生じたとき、運動方程式は（静止しているので、ニュートン力学でよい）

$$F'_x = ma'_x \quad (7)$$

となる。この現象を慣性系  $K$  から見たときの力を  $F_x$ 、加速度を  $a_x$  とすれば、 $F_x = F'_x$  であるから ( $F$  と  $F'$  との関係は附録 2 で与える)、式 (5) より

$$F_x = m\gamma^3 a_x \quad (8)$$

となる。同様にして、速度と力が垂直のときは、 $F_y = \gamma^{-1} F'_y$  であるから、式 (6) より

$$F'_y = ma'_y \rightarrow \gamma F_y = m\gamma^2 a_y \rightarrow F_y = m\gamma a_y \quad (9)$$

の関係が得られる。

この関係は、直接運動量を微分することでも導くことができる。慣性系に対して、速度  $\vec{v}$  で移動する物体の運動量  $\vec{p}$  は、

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \vec{\beta} \equiv \frac{\vec{v}}{c}, \quad \beta^2 = \vec{\beta} \cdot \vec{\beta} \quad (10)$$

であるから、運動方程式は、 $\vec{a} = d\vec{v}/dt$  として

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = m\gamma [\vec{a} + \gamma^2(\vec{\beta} \cdot \vec{a})\vec{\beta}] \quad (11)$$

となる<sup>19)</sup>。また、

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} - \vec{\beta}(\vec{F} \cdot \vec{\beta})}{m\gamma} \quad (12)$$

と表わすこともできる<sup>18)</sup>。式 (11) または (12) から、速度と力が平行または垂直のとき以外は、加速度と力は同じ方向にならないことが分かる。さらに、速度と力が平行のとき、加速度は

$$a = \frac{F}{m\gamma^3} \quad (13)$$

となり、速度と力が垂直のときは

$$a = \frac{F}{m\gamma} \quad (14)$$

となる。式 (13) と (14) は、式 (8) と (9) の関係に他ならない。

ニュートン力学での運動方程式 (3) の形で表現すると、力が運動方向に働く場合と垂直方向に働く場合とでは、“質量” はそれぞれ  $m\gamma^3$  と  $m\gamma$  となり、振る舞いが異なる。それぞれ、縦質量および横質量と呼ばれていたこともある<sup>18)</sup>。このため、単純に  $m(v) = m\gamma$  を慣性質量とみなすことはできない。

「ブッヘラー（ブッヘルル）の実験」では、運動方向に垂直の向きに磁場や電場からの力が働くので、形式的に  $m(v) = m\gamma$  を“質量” とみなした関係が得られる。従って、相対性理論の検証には重要な実験であるが、質量と速さの関係を証明しているわけではなく、式 (9) または (14) が正しいことを確認したものであると考えるべきである。あるいは、運動量と速度の関係 (1) または (10) を検証したのものであるともいえる。

### 3. 相対論的力学での運動方程式

II章での説明では、「運動量＝質量×速度」、および「力＝質量×加速度」と書けることを前提にしている。しかしながら、ニュートン力学は、あくまで速度が光速に比べて十分遅いときの法則であるので、光速に近づいたときも、全く同じ式になる必要はない。特殊相対性理論の運動方

程式はローレンツ変換に対して共変である（これが、特殊相対性原理の要請である）のに対し、ニュートンの運動方程式は共変ではない。従って、修正を受けるのはむしろ自然である。ニュートンの方程式を相対性原理の要求を満たすように書き直す必要がある。

ローレンツ変換に対して共変であるためには、4次元のテンソル形式（4元ベクトルもその一つ）に書き直す必要がある。物体の時空座標を  $x^\mu$  とすると、4元速度ベクトルは、物体の固有時間を  $\tau$  として、

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (15)$$

であり、4元加速度ベクトルは

$$\alpha^\mu = \frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} \quad (16)$$

である。 $d\tau = \gamma^{-1} dt$  [附録1の式(28)] であるので、3次元速度  $\vec{u}$  を使って、4元速度ベクトル  $u^\mu$  は

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{dt}{d\tau} \frac{dx^\mu}{dt} = \gamma \begin{pmatrix} c \\ \vec{u} \end{pmatrix} \quad (17)$$

と書ける。

速度は力によって変化するので、運動方程式は4元ベクトルの関係式として

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} = \alpha^\mu = k f^\mu \quad (18)$$

というテンソル形式になるはずである。ここで、 $f^\mu$  は力を表す4元ベクトルである。定数  $k$  はスカラー（ローレンツ変換に対して不変）であり、 $u \equiv |\vec{u}| \ll c$  のときに、(3次元の) ニュートンの運動方程式を再現する、という条件で決まる。3次元の力を  $\vec{F}$  とすると、

$$f^\mu = \gamma \begin{pmatrix} \gamma^2 \vec{\beta} \cdot \vec{F} \\ \vec{F} \end{pmatrix} \quad (19)$$

および、 $k = m^{-1}$  となる。

$p^\mu = mu^\mu$  の空間成分  $m\gamma\vec{u}$  は、 $u \ll c$  のときにニュートン力学における運動量になるので、相対論的力学における運動量である。また、時間成分  $m\gamma c$  の時間微分は、式(19)から  $u \ll c$  のときに仕事量 ( $\vec{F} \cdot \vec{u}$  を  $c$  で割ったもの) である。すなわち、時間成分  $m\gamma c$  は、相対論的力学におけるエネルギー（を  $c$  で割ったもの）であると解釈できる。エネルギーが4元運動量ベクトルの時間成分であることを理解することは、質量とエネルギーの関係を理解する上で重要である。なお、式(18)より力が働かないとき、 $p^\mu = \text{一定}$  という運動量保存則およびエネルギー保存則が得られる。



相対論における運動量を上記のような共変形式以外で導いている書籍も多い<sup>3), 16)</sup>。この場合は、運動量保存則を満たすことを要請し、運動量が式 (1) となることを与えている。その上で、スカラー量である質量  $m$  と 4 元速度ベクトル (の空間成分) である  $\gamma\vec{u}$  の積ではなく、式 (2) のようにスカラー量でない「相対論的」質量  $m(v)$  と共変ベクトルではない  $\vec{u}$  の積で説明している。時間の遅れや空間の短縮、さらに速度の合成則まで説明しているにも関わらず、質量が関係するところだけ相対性原理の要請を満たさない量を用いることが誤解や混乱の元となる。

#### 4. 質量とエネルギー

Ⅲ. 3 で述べたように、ローレンツ共変性よりエネルギーは 4 元運動量ベクトルの時間成分であり、速度によって変化する。一方、質量  $m$  はローレンツ変換に対してスカラーであり、速度によらない量である。

$v$  が  $c$  に比べて十分小さいときは、

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots \quad (20)$$

と書けるので、全エネルギーは静止エネルギーと (ニュートン力学の) 運動エネルギーの和となる。 $v = 0$  すなわち静止しているときのエネルギーを  $E_0$  と書くと

$$E_0 = mc^2 \quad (21)$$

となる。これが、本来の静止エネルギーと質量の関係式である<sup>5), 9), 18), 19)</sup>。

相対論的力学での運動エネルギーは

$$K_R = m\gamma c^2 - mc^2 \quad (22)$$

で与えられる<sup>12), 16)</sup>。速度が増えないからと言って、運動エネルギーが増加していないわけではない。むしろ、光速に近づくにつれて、運動エネルギーは急激に増え、無限大になっていく。したがって、加えられたエネルギーは運動エネルギーの増加に費やされたとするのが自然である。運動エネルギーがニュートン力学での表式  $\frac{1}{2}mv^2$  であるとする混乱や矛盾が生じる。

なお、物質を構成する粒子の熱エネルギー (運動エネルギー) や結合エネルギー (質量欠損のもとになっている) などの内部エネルギーは慣性質量 (重量質量にも) になる<sup>1), 5), 10), 11), 14), 16), 19)</sup>。粒子は物質内を移動しているだけで、運動エネルギーの速さは物質の重心に対するものである (どこかで向きが変わるはず。そうでなければ物質から飛び出してしまう)。これらの速さは慣性系間の相対速度  $v$  とは関係のない量である。両者の違いを正しく理解する必要がある。

高校の物理の教科書<sup>17)</sup>などでも「核分裂では分裂後の 2 つの原子核の質量の合計が元の原子核の質量より小さくなる。この質量差 (質量欠損という) が運動エネルギーに変化 (転化) する」と説明されている。また、原子同士が結合して分子を作るときも、結合エネルギーが負であるた

め、分子の質量は、原子の質量の和より若干小さい。このため、厳密には質量保存の法則が成り立たない、との説明<sup>5)</sup>もある。実際、エネルギー保存則は厳密な法則であるが、質量保存則は近似的な法則にすぎない。このように、質量は運動エネルギーや位置エネルギーなどと同じエネルギーの1つの形態であると説明する方が分かりやすい。質量がエネルギーの1つの形態であるとするなら「質量が(他の)エネルギーに転化する」、「質量と(他の)エネルギーは互いに転化する」という説明は分かりやすい(「他の」を付ける方がより誤解が少ない)。実際、文献5)でも、以下のように説明されている。

質量エネルギーとは、質量(静止しているときの動かしにくさ)に応じて物体がもつエネルギーのことです。この質量エネルギーを求めるための式こそ、「 $E = mc^2$ 」なのです。

質量も他のエネルギーとくらべて特別なものではなく、あくまでもエネルギーの形態の一つです。ある物体がもつエネルギーの一部が質量として見えているだけなのです。

ただし、質量もエネルギーの一つの形態であることを「質量とエネルギーの等価性」とも呼ぶので、あたかも、全エネルギーが質量と同じと解釈されて、混乱をまねく表現であることに注意が必要である。

(特殊)相対性理論を基礎としている物理学に「素粒子論」がある。素粒子論の論文には、ここで言う相対論的質量や静止質量という用語は出てこない。質量と言えば、速度に依存しない「静止質量」のことである。この場合、エネルギー  $E$ 、運動量  $p$  と質量の間には、式(1)と(4)より

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \quad (23)$$

の関係がある<sup>10), 13), 14), 16), 19)-21)</sup>。この関係は慣性系によらない、まさに相対論的關係式である。素粒子論ではこの関係を基本としている。

## 5. 「相対論的質量」と重力質量

相対論的質量  $m(v)$  は重力質量ではないことは、いくつかの書籍でコメントされている<sup>5), 10), 11), 18)</sup>。これは、先に述べた「高速で移動するロケットからみると太陽がブラックホールになるのか?」のような誤解が多いためであると思われる。一度、ブラックホールになった星は、通常の星に戻ることはない。星とロケットの相対速度の違いで、ブラックホールになったり、ならなかったりすることはない。例え、速度に応じて「質量」が増えたとしても、重力質量が増えたと考えることはできない<sup>10), 11)</sup>。

文献11)では、「相対論的質量」が重力質量になることを意味しないと明確に指摘している。文献18)でも、明確に否定している。一方、文献14)では、II. 3で引用したように重力質量も速度とともに増加することを明確に主張している。

この問題に関しては、文献 11), 18) に詳しく書かれており、書かれた内容以上のことをコメントする必要はないと考える。文献 14) は文献 11), 18) の後に書かれたものであるが、重力質量も増加することが力説されている。(文献 11), 18) の内容で十分とは考えるが、) 文献 14) を入手したのが締め切り直前であったため詳細な検討は行えていない。さらに、一般相対性理論との関連でも書かれているので、本稿の扱う範囲を越えるものであり、ここでは深入りはしない。また、文献 11) や 18) でも、一般相対性理論の視点からの議論がある。一般相対性理論では、重力と関連するのは質量やエネルギーではなくエネルギー運動量テンソルであり、特殊相対論と一般相対論で同じ結果を与えるとは限らないことに注意しなければならない<sup>11), 18)</sup>。

ただ、特殊相対性理論の範囲で説明する限りは、力の種類にはよらない議論であるので、慣性質量が速度に依存しないように、重力質量も速度に依存することはないと考えるのが自然である。

## VI. まとめ

これまでの内容は、以下のようにまとめられる。

- (1) 光速に近づくとも質量が増加するという表現は、無理にニュートン力学の言葉で説明しようとするものであり、正しい理解を妨げる表現である。
- (2) 加速度は質量が増加するために減少するのではなく、時間の遅れから説明する方が自然である。
- (3) 速度の合成則は質量によらない関係式なので、質量の増加と光速を超えることができないことを結びつけることは誤解のもとである。光速を超えないことを説明するために、相対論的質量を導入する必要はない。
- (4) 「相対論的質量」はスカラー量ではないので、「相対論的質量」はローレンツ変換に対して共変にならなければならないという特殊相対性原理の要請を満たしていない。
- (5) 「質量とエネルギーが同等」とは、質量はエネルギーの 1 つの形態であるという意味である。また、質量はスカラー量であるのに対して、エネルギーは 4 元運動量ベクトルの時間成分である。
- (6)  $E_0 = mc^2$  という式は、静止エネルギーと質量の関係を示したものである。
- (7) 物体を外部から見たとき、内部エネルギー (位置エネルギー・結合エネルギーや運動エネルギー等の熱エネルギーなど) は慣性質量の一部となる。慣性系の相対速度による運動エネルギーと混同しないようにすべきである。
- (8) 「相対論的質量」を重力質量とみなすことはできない。

いくつかの文献で相対論的質量や静止質量についての注意が書かれている。しかしながら、文献の目的がこれらの指摘ではないので、詳しい議論や説明はない。本稿の目的は、言葉だけでなく、数式を交えて議論することであったことを付け加えておく。以下、少し長いが引用する。

人々におかしな誤解をさせないために、最近の科学者たちは「静止質量」だとか「運動質量」だとかいう言葉で質量の種類を区別しなくなってきたようである。つまり静止質量こそが本当の意味での質量であって、他はどれも質量と呼ぶのにふさわしくない。「質量」と言えば「静止質量」のことだけを表すということにしよう、という合意がほぼ浸透してきている状況である。それで、最近では「静止質量」という言葉でさえ死語となりつつある。(中略)

運動エネルギーを含む全エネルギーを質量に換算した値は「相対論的質量」と呼ばれ、かつては広く用いられていた概念であった。一般向けの相対論の解説では今でも「速度が光速に近付くと質量は増大する」という説明をしてこの概念を使っているのがよく見られる。しかしこの「相対論的質量」の考え方は相対性理論の本質を理解する上で誤解を生むので今では使われなくなってきている。<sup>19)</sup>

相対論的質量なるものを本来の質量とは別に導入した方が、実用上便利である場合もあるようです。ただし、誤用による勘違いを生み出すこともあるようですから、注意が必要です。たとえば、「運動する物体の質量は増加する」と言われて、「光速度に近い速度で運動する物体はブラックホールとして観測されるのか?」というのと、たとえ  $v \rightarrow c$  で  $\tilde{m} \rightarrow \infty$  の状態が生じたからといって、ブラックホールが形成されるわけではありません。物体と一緒に運動している系の観測者にとっては、通常の物体としてやはり存在するのです。つまり、その物体の質量はあくまで  $m$  (これは有限値) ですので誤解のないように。

時間間隔の遅れやローレンツ収縮の場合と同様、ニュートン力学から相対論的力学への拡張に関する正しい理解が必要です。<sup>10)</sup>

結局のところ、相対論的質量とは運動量の増加やエネルギーの増加分を“質量の項に押し込めて”式を簡単にしてしまおうという策略だったことを理解する必要がある。ニュートン力学とは本質的に違う相対論を、それまで慣れ親しんだニュートン力学の形になるべく近づけようという配慮だったといえるだろう。もちろん、それを余計なお世話と考えるか、あるいは親切な用法と考えるかは人それぞれである。相対論的質量の誤用による勘違いが多いのもまた事実であるから、説明するときには十分注意する必要がある。<sup>11)</sup>

このような指摘があるが、最近の啓蒙書<sup>1)-3), 6), 7)</sup>・テキスト<sup>14)</sup>や TV 番組<sup>8), 9)</sup>でも、相対論的質量や静止質量という用語や、質量が増加するという表現が依然として使用されている状況にある(高校の教科書<sup>17)</sup>ですら使われている)。啓蒙書や高校の教科書であるからこそ、誤解や混乱を招くような表現はなくすべきである。

### 附録 1：慣性系 $K$ , $K'$ から見た加速度の関係

図 1 のように、慣性系  $K$  からみて、 $x$  軸の正の向きに速さ  $v$  で移動する慣性系  $K'$  を考える。慣性系  $K'$  の  $x'$  軸と慣性系  $K$  の  $x$  軸は同じ直線上にあるものとする。ここで、 $v$  は 2 つの慣性系の相対速度であり、一定である。

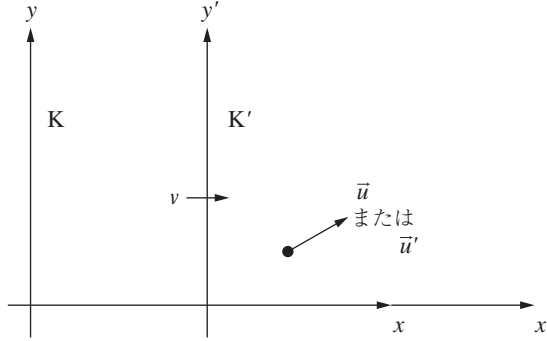


図 1  $x$  軸に沿って移動する 2 つの慣性系  $K$  と  $K'$

質量  $m$  の物体の慣性系  $K'$  に対する速度を  $(u'_x(t'), u'_y(t'), 0)$  とする。この物体を慣性系  $K$  から見たときの速度を  $(u_x(t), u_y(t), 0)$  とすると、速度の合成則（多くの文献に書かれている）は

$$u_x(t) = \frac{u'_x(t') + v}{1 + \frac{u'_x(t')v}{c^2}} \quad (24)$$

$$u_y(t) = \frac{u'_y(t')\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{u'_x(t')v}{c^2}} \quad (25)$$

と表わされる ( $z, z'$  成分は省略する)。ここで、 $\beta = v/c$  である。

慣性系  $K'$  系に対して静止していた物体が、慣性系  $K'$  系での微小時間  $\Delta t'$  の間に速さが  $(0, 0)$  から微小量  $(\Delta u'_x(t'), \Delta u'_y(t'))$  だけ増加する場合を考える。それを、慣性系  $K$  では、慣性系  $K$  での微小時間  $\Delta t$  の間に速さが  $(v, 0)$  から  $(\Delta u_x(t), \Delta u_y(t))$  だけ増加したように見るとする。このとき、慣性系  $K, K'$  それぞれから見た加速度  $(a_x(t), a_y(t))$  と  $(a'_x(t'), a'_y(t'))$  の間には、

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u_x(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t'}{\Delta t} \frac{1}{\Delta t'} \left[ \frac{\Delta u'_x(t') + v}{1 + \frac{\Delta u'_x(t')v}{c^2}} - v \right] = (1 - \beta^2)^{3/2} a'_x(t') \quad (26)$$

$$a_y(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u_y(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t'}{\Delta t} \frac{\Delta u'_y(t')}{\Delta t'} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{\Delta u'_x(t')v}{c^2}} = (1 - \beta^2) a'_y(t') \quad (27)$$

の関係が得られる。ここで、慣性系  $K'$  の時間  $t'$  は静止時の物体の固有时间  $\tau$  であるから、

$$\lim_{\Delta t' \rightarrow 0} \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \beta^2} = \gamma^{-1} \quad (28)$$

の関係を使った。

この加速度の関係は、速度の合成則を直接微分しても得られる。この場合、慣性系  $K'$  系から見て  $\vec{u}'$  で移動する物体に対する慣性系  $K$  系から見た加速度となる (式は省略する)。慣性系  $K'$  系に静止していた物体に対する加速度の関係を得るためには、 $\vec{u}' \rightarrow \vec{0}$ 、 $\vec{u} \rightarrow \vec{v}$  とすればよく、式 (26) と (27) が得られる。

さらに、共変形式である 4 元ベクトルからも導いておく。慣性系に対して 4 元速度  $u^\mu$  で移動する質点の 4 元加速度は

$$\alpha^\mu = \frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \gamma(u)c \\ \gamma(u)\vec{u} \end{pmatrix} = \gamma(u) \begin{pmatrix} (\gamma(u))^3 \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}}{c} \\ \gamma(u) \left[ \vec{a} + (\gamma(u))^2 \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}}{c^2} \vec{u} \right] \end{pmatrix} \quad (29)$$

となる。ここで、

$$\gamma(u) \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (30)$$

である。ゆえに慣性系  $K'$  に静止している質点に対する慣性系  $K$  及び  $K'$  から見た 4 元加速度は、 $\vec{u}' \rightarrow \vec{0}$ 、 $\vec{u} \rightarrow \vec{v}$  とすればよいので、それぞれ、

$$\alpha^\mu = \gamma^2 \begin{pmatrix} \gamma^2 \beta a_x \\ \vec{a} + \gamma^2 \beta a_x \vec{\beta} \end{pmatrix}, \quad \alpha'^\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{a}' \end{pmatrix} \quad (31)$$

となる。ここで、 $\vec{\beta} = \vec{v}/c$  である。両者は、ローレンツ変換によって結ばれているので、

$$\alpha^0 = \gamma(\alpha'^0 + \beta \alpha'^1) \rightarrow \gamma^4 \beta a_x = \gamma \beta a'_x \quad (32)$$

$$\alpha^1 = \gamma(\alpha'^1 + \beta \alpha'^0) \rightarrow \gamma^2 a_x + \gamma^4 \beta^2 a_x = \gamma a'_x \quad (33)$$

$$\alpha^2 = \alpha'^2 \rightarrow \gamma^2 a_y = a'_y \quad (34)$$

したがって、式 (26) と (27) と同じ式が得られる (式 (32) と (33) は同じ結果を与える)。ローレンツ変換は線形変換であるので、4 元速度に対してローレンツ変換してから (得られる結果が速度の合成則である) を微分しても、先に微分して 4 元加速度を求めからローレンツ変換しても同じ結果になるのは当然である。

## 附録 2：慣性系 $K, K'$ から見た力の関係

4 元運動量  $p^\mu = (p_t, p_x, p_y, 0)$  と  $p'^\mu = (p'_t, p'_x, p'_y, 0)$  のローレンツ変換<sup>8), 10), 12)</sup>は

$$p_x(t) = \gamma(p'_x(t') + \beta p'_t(t')) \quad (35)$$

$$p_y(t) = p'_y(t') \quad (36)$$

で与えられる。慣性系  $K'$  に対して静止している場合は、 $dp'_t/dt' = 0$  [式 (31) の第 2 式の第 0 成分 (時間成分) に質量  $m$  をかけたもの] であるので、力の間には

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = \gamma \frac{dt'}{dt} \frac{dp'_x}{dt'} = F'_x \quad (37)$$

$$F_y = \frac{dp_y}{dt} = \frac{dt'}{dt} \frac{dp'_y}{dt'} = \gamma^{-1} F'_y \quad (38)$$

の関係があることが分かる。特に、垂直方向の力が  $\gamma^{-1}$  に比例して小さくなることは文献 11) で強調されている。

## 引用・参考文献

- 1) ニュートン別冊「みるみる理解できる 相対性理論 増補第 3 版」, ニュートンプレス, 2016 年。
- 2) ニュートン別冊「現代物理学 3 大理論 相対性理論, 量子論, 超ひも理論 増補第 2 版」, ニュートンプレス, 2017 年。実質的に文献 1) と同じ内容である。
- 3) 竹内淳「高校数学でわかる相対性理論 特殊相対性理論の完全理解を目指して」, ブルーボックス (講談社), 2013 年。
- 4) 小暮陽三「入門ビジュアルサイエンス 物理のしくみ」, 日本実業出版社, 1992 年。啓蒙書とテキストの中間の書籍である。
- 5) ニュートン 2017 年 8 月号「相対性理論 再入門 第 4 回 (終) 物質にひそむ膨大なエネルギー」, ニュートンプレス, 2017 年。
- 6) 細川博昭著, 竹内薫監修「教養として知っておくべき 20 の科学理論」, SB Creative, 2016 年。
- 7) 三澤信也「図解 いちばんやさしい相対性理論の本」, 彩図社, 2017 年。
- 8) NHK E テレ「100 分 de 名著 アインシュタイン 相対性理論」, 2012 年 11 月放送。
- 9) NHK E テレ「モーガンフリーマン 時空を超えて 光より早く進めるか? 相対性理論とワープ」, 2017 年 4 月 12 日放送。ただし、質量の増加については、一言触れただけである。
- 10) 高橋真聡「相対性理論がわかる」, 技術評論社, 2011 年。
- 11) 松田卓也・木下篤哉「相対論の正しい間違え方」, 丸善, 2001 年。基本的には、相対性理論は正しくないとする立場の人への文章が多いが、正しいとの立場の人でも間違っていて理解していることがあることを指摘している。
- 12) 朝永振一郎編「物理学読本 第 2 版」, みすず書房, 1969 年。
- 13) 湯川秀樹・豊田利幸編「岩波講座 現代物理学の基礎 [第 2 版] 2 古典物理学 II」, 岩波書店, 1978 年。

- 14) 江沢洋「相対性理論」, 裳華房, 2008年。
- 15) 安孫子誠也「歴史をたどる物理学」, 東京教学社, 1981年。
- 16) 原島鮮「続・物理教育 覚え書き——相対論・量子論・コンピュータ——」, 裳華房, 1982年。
- 17) 高校教科書(平成24年3月検定済)「物理」, 東京図書。「物理」, 啓林館では、速さが増すと質量が増加するとの記述はないが、 $m' = m\gamma$ の関係式を与えている。第一学習社、実教出版、数研出版の「物理」の教科書には、これらに関する記述はない。この内容は範囲外であり、教科書によって「発展」などで扱っている。なお、これら5つの教科書すべてにおいて  $E = mc^2$  と質量欠損についての記述はある。
- 18) レフ・オクン(白藤孟志訳)「質量概念の落とし穴」(原著は Physics Today, 1989年6月号に掲載された。パリティ編集委員会編「間違いだらけの物理概念」, 丸善, 1993年に収録)。相対性理論の専門家との論争や、アメリカでの教育に関する記述などもあり興味深い論文である。なお、「間違いだらけの物理概念」内には、読者からの投稿とオクンの回答も併せて収録されている。
- 19) 広江克彦「EMANの物理学」(URL <http://eman-physics.net/>):「相対性理論 第1章 特殊相対性理論」の「増大する質量」  
<http://eman-physics.net/relativity/increase.html>  
 「それは誤解を招く表現だ。」というサブタイトルがついている。また、 $E=mc^2$ については、「 $E = mc^2$ の求め方」  
<http://eman-physics.net/relativity/4momentum.html>  
 (いずれも最終閲覧日:2017年9月10日)

## Summary

The time of GPS is normally corrected taking into consideration the influence of the theory of relativity. Some magazines and books explaining the special theory of relativity make claims such as, “As the velocity of a body increases, its mass increases.” and “Because the acceleration of a body decreases as the mass increases, its velocity cannot exceed the speed of light.” The mass relative to the velocity is known as “relativistic” mass. However, the introduction of the concept of “relativistic” mass is based on misunderstanding and causes confusion. In this paper, I maintain that the concept of “relativistic” mass should not be introduced. The phenomena can be fully explained without reference to the concept.

**[Key words]** relativistic mass, four-momentum vector, Lorentz covariance